



دستور کار

# آزمایشگاه فیزیک پایه 4

نام و نام خانوادگی ..... شماره دانشجویی .....

گروه فیزیک - دانشگاه صنعتی شاهرود

1399



از راست به چپ: نام (برنده‌ی جایزه نوبل رشته ... سال ...)

- ایستاده :** لئون بریلوئن - رالف فاوئر - ورنر هایزنبرگ (فیزیک 1932) - ولفانگ پاولی (فیزیک 1945) - ژولز امیل ورشافت - اروین شرودینگر (فیزیک 1933) - تئوفیل دی‌داندر - ادوارد هرزن - پل اِهرفست - امیل هنریوت - آگوست پیکارد
- دیف وسط :** نیلز بوهر (فیزیک 1922) - ماکس بورن (فیزیک 1954) - لوئیس ڈویروی (فیزیک 1929) - آرتور کامپتون (فیزیک 1927) - پل دیراک (فیزیک 1933) - هنریک کرامرز - ویلیام براگ (فیزیک 1915) - مارتین نادسین - پیتر دبییه (شیمی 1936)
- دیف جلو :** اُون ریچاردسون (فیزیک 1928) - چارلز ویلسون (فیزیک 1927) - چارلز گوپه - پل لانچوین - آلبرت اینشتین (فیزیک 1921) - هنریک لورنتز (فیزیک 1902) - ماری کوری (فیزیک 1903 و شیمی 1911) - ماکس پلانک (فیزیک 1918) - اروینگ لنگ مویر (شیمی 1932)

# فهرست مطالب

ب	.....	مقدمه
ج	.....	نوشتن گزارش کار آزمایشگاه
د	.....	ثابت‌های فیزیکی مورد نیاز در این آزمایشگاه
I	.....	فشرده‌ای در باره خطاگیری و رسم خط
۱	.....	آزمایش شماره ۱: تعیین نسبت بار به جرم الکترون ( $e/m$ )
۷	.....	آزمایش شماره ۲: تحقیق کوانتومی بودن بارالکتریکی و اندازه‌گیری بارالکتریکی الکترون
۱۳	.....	آزمایش شماره ۳: اندازه‌گیری پتانسیل یونیزاسیون یک گاز
۱۷	.....	آزمایش شماره ۴: تابش جسم سیاه و اندازه‌گیری ثابت استفان – بولتزمن
۲۱	.....	آزمایش شماره ۵: بررسی طبیعت پرتو کاتدی
۲۹	.....	آزمایش شماره ۶: تعیین ثابت ریدبرگ
۳۵	.....	آزمایش شماره ۷: شکافتگی خطوط طیفی چشمه‌ی واقع در میدان مغناطیسی – (اثر زیمن)
۴۳	.....	آزمایش شماره ۸: تحقیق قانون پراکندگی (مدل اتمی راترفورد)
۴۹	.....	آزمایش شماره ۹: تعیین ثابت پلانک با استفاده از اثر فوتوالکتریک
۵۵	.....	آزمایش شماره ۱۰: آزمایش فرانک – هرتز

## به نام خداوند بخشاینده‌ی مهربان

دستور کاری که در اختیار دارید، برای درس آزمایشگاه فیزیک نوین ویژه دانشجویان فیزیک تهیه شده است. در این دستور کار سعی بر آن بوده است که آزمایشهای پیش بینی شده در سر فصل شورای عالی برنامه ریزی وزارت فرهنگ و آموزش عالی در حد امکانات گروه فیزیک دانشگاه اصفهان پوشش داده شود. در این راستا جهت هماهنگی میان درس نظری و درس عملی آن تا حد امکان از اصطلاحات رایج در مراجع مربوط به درس نظری آن و واژگان مصوب استفاده شده است تا پیوستگی مطالب حفظ شود. براین اساس منابع مختلفی مورد استفاده قرار گرفته که از آنها می‌توان دستور کار قبلی آزمایشگاه فیزیک جدید که توسط آقای دکتر محمدتقی فلاحی تهیه شده بود و نیز کتابهای زیر نام برد.

• **مرجع شماره یک: مبانی فیزیک نوین** ..... نوشته‌ی ریچارد وایدنر و رابرت سلز  
این کتاب علیرغم آن که بیش از سی و پنج سال از چاپ آن می‌گذرد ولی هنوز در بسیاری از دانشگاه‌های ایران به عنوان مرجع درسی درس فیزیک نوین مورد استفاده قرار می‌گیرد.  
مطالب در ارتباط با دستور کار حاضر را می‌توان در فصل‌های ۴ تا ۷ این کتاب یافت.

• **مرجع شماره ۲: فیزیک جدید** ..... نوشته‌ی کنت اس. کیرین  
این کتاب به عنوان مرجع درس فیزیک نوین در بسیاری از دانشگاه‌ها شناخته می‌شود و شامل مثال‌ها و کاربردهایی به‌روزتر از کتاب وایدنر - سلز است.  
مطالب در ارتباط با دستور کار حاضر را می‌توان در فصل‌های ۳ تا ۷ این کتاب یافت.

در آغاز این دستور کار، ثابت‌های مورد نیاز در این آزمایشگاه آورده شده است.  
در باره‌ی بیراهی (خطا) و چگونگی محاسبه آن و رسم خط و محاسبات مربوط به آن مطالبی آورده شده است. مطالعه دقیق این بخش توصیه می‌شود.

با وجود آن‌که در این چند ترم این دستور کار دائماً در حال بازنگری و ویرایش بوده و تغییرات فراوانی در آن داده شده است ولی این نوشته نیز مانند هر نوشته‌ی دیگری خالی از اشکال نبوده و نیازمند نظرات جدید است. از این رو در پایان از کلیه استادان و دانشجویان گرامی خواهشمندم برای بهبود کیفیت این دستور کار و اصلاح اشتباه‌هایی که احتمالاً وجود دارند، اینجانب را از نظرات سازنده خود به طور کتبی آگاه سازند.

مرتضی حاجی محمودزاده

گروه فیزیک دانشگاه اصفهان

## در نوشتن گزارش کار آزمایشگاه نکات زیر را رعایت کنید:

۱- بر روی صفحه اول، شماره گروه و نام افراد گروه، نام آزمایش و روز و تاریخ انجام آن را بنویسید. در صورتی که نام نویسنده گزارش به طور جداگانه مشخص نشود، فرض بر این است که نویسنده گزارش، همان اولین نام نوشته شده است.

۲- خلاصه‌ای از زمینه نظری آزمایش نوشته شود. تاکید می‌شود که زمینه نظری، کپی برداری از متن دستورکار نباشد. سعی کنید یاد بگیرید تا آنچه را آموخته‌اید بتوانید به زبان روانی بیان کنید.

۳- شرح انجام آزمایش: **چگونگی انجام آزمایش و نکات عملی آزمایش** را بیان کنید. به چه مسایلی باید دقت بیشتری داشته و چه نکاتی از اهمیت کمتری برخوردارند. چه روشی به ذهن شما می‌رسد که انتظار دارید با انجام آزمایش به آن روش، جواب بهتری به دست آورید. این قسمت، نشانگر دقت شما در کار است و میزان درک شما از آزمایش را می‌رساند.

یادآوری می‌شود که کار در آزمایشگاه با آنچه در متن کتاب مشاهده می‌شود تفاوت‌هایی دارد. همان‌طور که برای انجام هر کاری باید زمینه‌های آن را مهیا کنید، بدون فراهم کردن شرایط مناسب برای انجام آزمایش، نباید انتظار جواب خوبی داشته باشید. نکات عملی (حتی مسئله ساده‌ای مانند طول سیم رابط به کار برده شده در آزمایش) آن چیزی است که دانشجو با فراگیری آنها، لذت کار در آزمایشگاه را خواهد چشید.

۴- بازنویسی داده‌های به دست آمده / محاسبات / رسم منحنی یا خط (در صورت نیاز) و در نهایت محاسبه کمیت یا تحقیق قانونی که هدف انجام آزمایش بوده است، باید به روشنی نوشته شوند. در مواردی که یک سری محاسبات تکرار می‌شوند (مانند محاسبه بار الکتریکی و خطای آنها در آزمایش قطره روغن میلیکان) جزییات محاسبات فقط برای یک مورد به صورت نمونه نوشته شوند و برای بقیه موارد فقط نتیجه‌ی محاسبه شده نوشته شود.

توصیه اکید می‌شود که دانشجویان کار با کامپیوتر و ماشین حساب خود را بخوبی فراگیرند زیرا باعث می‌شود زمان لازم برای نوشتن گزارش کار به مقدار بسیار زیادی کاهش یابد و از خستگی بی دلیل و بروز اشتباه جلوگیری کند. فراگیری نرم افزار مناسب مانند MatLab و Origin و Excel و کار کردن با آنها، علاوه بر کاهش زمان لازم برای نوشتن گزارش آزمایشگاه، نشاط خوبی به همراه خواهد داشت و دید وسیع تری به دانشجو می‌بخشد.

۵- نتیجه‌گیری از آزمایش: سعی کنید به دو سوال زیر پاسخ دهید:

• آیا اعداد محاسبه شده با توجه به خطایی که ممکن است در آنها باشد می‌تواند بیانگر درستی مدل فیزیکی مورد بررسی باشد؟

• چه راهکاری برای کاهش خطا و بهتر کردن (ساده تر کردن یا دقیق تر کردن) روش آزمایش پیشنهاد می‌کنید؟

با جواب دادن به این دو سؤال، دانشجو نتیجه‌گیری خود را از آزمایشی که انجام داده است بازگو می‌کند و خلاقیت خود را برای یافتن روش جدید شکوفا می‌کند.

۶- علاوه بر سؤال‌های مطرح شده در متن دستورکار - که دانشجو را متوجه نکات موجود در آزمایش می‌کند - در انتهای هر آزمایش نیز تعدادی سؤال وجود دارد. در گزارش کار خود به تمامی این سؤال‌ها پاسخ دهید.

چند ثابت مورد نیاز در این آزمایشگاه: (در محاسبات خود به ارقام معنی‌دار دقت کنید).

$e/m = 1/76 \times 10^{11}$ A.s/kg	نسبت بار به جرم الکترون	$e = 1/60 \times 10^{-19}$ A.s	بار الکترون
$\sigma = 5/67 \times 10^{-8}$ W/m <sup>2</sup> .K <sup>4</sup>	ثابت استفان - بولتزمن	$m = 9/11 \times 10^{-31}$ kg	جرم الکترون
$\eta = 1/81 \times 10^{-5}$ N.s/m <sup>2</sup>	ضریب چسبندگی هوا	$h = 6/63 \times 10^{-34}$ J.s	ثابت پلانک
$\rho_{air} = 1/29$ kg/m <sup>3</sup>	چگالی هوا	$R_H = 1/10 \times 10^7$ m <sup>-1</sup>	ثابت ریذبرگ
$\rho_{oil} = 875$ kg/m <sup>3</sup>	چگالی روغن	$\mu_B = 5/79 \times 10^{-5}$ eV/T	مگنتون بور
$\rho_{Hg} = 13/6 \times 10^3$ kg/m <sup>3</sup>	چگالی جیوه	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m	تراوایی خلاء

$$1 \text{ T} = 1 \text{ N/A.m} = 1 \text{ J/A.m}^2 \quad (\text{تسلا}) \quad 1 \text{ H} = 1 \text{ T.m}^2/\text{A} = 1 \text{ J/A}^2 \quad (\text{هانری})$$

طول موج چند خط طیفی مفید (برحسب نانومتر) (به نقل از کتاب مبانی نورشناسی نوشته جنکینز - وایت)

جیوه	سدیم	کادمیوم	هیدروژن	
		643/8 (s)	(H <sub>α</sub> ) 656/3 (s)	قرمز
579/1 (m)	589/6 (m)			نارنجی / زرد
577/0 (m)	589/0 (s)			
546/1 (s)		508/6 (m)		سبز
491/6 (w)		480/0 (m)	(H <sub>β</sub> ) 486/1 (s)	فیروزه‌ای
435/8 (s)		467/8 (m)	(H <sub>γ</sub> ) 434/0 (m)	آبی / نیلی
404/7 (m)			(H <sub>δ</sub> ) 410/2 (w)	بنفش

Strong ≡ (s) قوی      Medium ≡ (m) متوسط      Weak ≡ (w) ضعیف

اولین و دومین انرژی یونیزاسیون چند گاز (بر حسب الکترون ولت):

گاز	H	He	N	O	F	Ne	Cl	Ar
$E_I$ (eV)	13/6	24/6	14/5	13/6	17/4	21/6	13/0	15/8
	—	54/4	29/6	35/1	35/0	41/0	27/6	23/8

انرژی فوتون چند طول‌موج وابسته به آن در ناحیه بینایی:

$\lambda$ (nm)	400	450	500	550	600	650	700
$E$ (eV)	3/10	2/76	2/48	2/25	2/07	1/91	1/77

بستگی انرژی فوتون به طول‌موج وابسته به آن:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \approx \frac{1240 \text{ (eV.nm)}}{\lambda}$$

## فشرده‌ای در باره خطاگیری و رسم خط

در علم فیزیک، اندازه‌گیری نقش بسیار مهمی دارد. کمیت‌های فیزیکی یا به طور مستقیم اندازه‌گیری می‌شوند (مانند طول یک جسم و دوره نوسان یک آونگ) یا غیرمستقیم (مانند جرم و بار الکترون و شتاب گرانش). وسایل به کار رفته در اندازه‌گیری معمولاً دقت محدودی دارند مثلاً یک ریزسنج نوعاً نمی‌تواند با دقت بهتر از  $1/10^5$  میلی‌متر اندازه‌گیری کند. درستی (کالیبره بودن) و تکرارپذیری (یکسان بودن نتیجه یک اندازه‌گیری مشخص، بدون دخالت دقت انسانی) وسیله‌ی اندازه‌گیر نکات دیگری است که بخصوص در مورد ابزارهای کار کرده و فرسوده باید در نظر داشت.

علاوه بر دقت وسایل، محدود بودن دقت حواس بشری و همچنین دخالت دادن قضاوت شخص اندازه‌گیری کننده در فرآیند اندازه‌گیری، باعث می‌شود که احتمال بروز خطا در کمیت اندازه‌گیری شده همواره وجود داشته باشد. پس به دلایل محدود بودن دقت وسیله‌ی به کار برده شده در سنجش (دقت دستگاه) و محدود بودن دقت شخص اندازه‌گیری کننده (دقت شخصی)، و تاثیر قضاوت شخصی در تعیین مقدار یک کمیت، همواره عدم یقینی در مقدار اندازه‌گیری شده‌ی کمیت موردنظر وجود دارد و هنگام اندازه‌گیری یک کمیت، همواره باید این دو کمیت مشخص شوند.

● **دقت دستگاه**، کوچکترین مقدار تغییری است که آن دستگاه - با فرض سالم بودن - قادر است اندازه بگیرد. دقت اسمی یک دستگاه آن چیزی است که از ساخت دستگاه و درجه بندی آن مشاهده می‌شود. مثلاً دقت اسمی یک ابزار مکانیکی مانند کولیس همان ریزترین درجه بندی ورنیه آن است. دقت اسمی یک ابزار دیجیتالی توسط سازنده آن مشخص می‌شود. یک زمانسنج آزمایشگاهی می‌تواند تا یک صدم ثانیه را اندازه بگیرد بنابراین خطای دستگاهی چنین زمانسنجی برابر با  $1/10^5$  است (خطای انسانی چند برابر خطای چنین زمانسنجی است).

یک ترازوی دیجیتال با دقت ۱ گرم در صورتی که وزن یک جسم مشخص را همواره (با اختلاف حداکثر ۱ گرم) یک عدد مشخص نشان دهد، دقتش برابر با همان ۱ گرم است ولی اگر تکرارپذیری نداشته باشد، دقت آن کمتر از دقت اسمی اش است (خطای بزرگتری دارد). برای تعیین درستی این ترازو، می‌توان یک جسم را با چند ترازوی مختلف توزین و نتایج حاصل را بررسی کرد. در آزمایشگاه فرض ما بر این است که ابزارها درست هستند ولی به دلیل استفاده مکرر از آنها، تکرارپذیری آنها باید مورد توجه قرار گیرد. اگر در اندازه‌گیری یک کمیت معین (بدون دخالت انسانی در فرآیند اندازه‌گیری) مقادیری یکسان یا حداکثر با تفاوتی برابر دقت اسمی دستگاه به دست آیند، آنگاه دقت دستگاه برابر با دقت اسمی آن خواهد بود و ابزار تکرارپذیر است. در غیر این صورت دقت دستگاه را با تکرار چند اندازه‌گیری می‌توان تعیین کرد.

دقت یک وسیله ممکن است مقدار ثابتی نباشد و به مقدار مورد اندازه‌گیری بستگی داشته باشد مثلاً درجه بندی یک اهم سنج مکانیکی معمولاً غیر خطی است و دقت اندازه‌گیری آن برای مقاومتهای گوناگون یکسان نیست.

در حالت کلی، دقت هیچ اندازه‌گیری نمی‌تواند از نصف دقت اسمی ابزار به کار برده شده کمتر باشد.

● **دقت شخصی**، به مهارت شخص آزمایشگر و توانایی فیزیکی او وابسته است، خصوصاً در سنجش‌هایی که به قضاوت شخصی نیاز دارند. برای مثال هنگامی که یک عدسی همگرا از یک جسم نورانی تصویری درست می‌کند و می‌خواهیم محل آن تصویر پیدا کنیم، این شخص آزمایشگر است که تشخیص می‌دهد در چه مکانی وضوح تصویر بیشترین مقدار را دارد و همین موضوع در دقت اندازه‌گیری اثر می‌گذارد.

برای تعیین دقت شخصی، یک کمیت معین را با کمک یک ابزار و روش معین چندین بار اندازه‌گیری می‌کنیم. دقت شخصی، بزرگترین اختلاف با مقدار میانگین است که معمولاً با یک رقم معنی‌دار بیان می‌شود.

برای تعیین یک کمیت که در آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌شود، هم بهترین مقدار و هم گستره‌ی رواداری خطای آن کمیت را باید مشخص کنیم. برای مثال، پس از اندازه‌گیری طول یک نمونه‌ی آزمایشگاهی با خط‌کشی با دقت ۱ میلی‌متر، نتیجه ممکن است به شکل زیر بیان شود:

$$\begin{array}{ll} \text{بهترین مقدار برای طول نمونه:} & 12.6 \text{ cm} \\ \text{گستره‌ی رواداری:} & 12.5 \text{ cm تا } 12.7 \text{ cm} \end{array}$$

مرسوم است که دو عبارت بالا را به صورت فشرده در یک عبارت می‌نویسند:  $12.6 \pm 0.1 \text{ cm}$  = طول نمونه  
اگر همین اندازه‌گیری با متری که دقت آن ۱ سانتی متر است انجام می‌شد آنگاه طول نمونه بین اعداد ۱۲ و ۱۳ سانتی متری قرار می‌گرفت در این صورت چون به کمک چشمانمان قادریم فاصله ۱ سانتی متری را بخوبی مشاهده کنیم، می‌توانستیم بگوییم که طول نمونه از ۱۲ سانتی متر بیشتر و از ۱۳ سانتی متر کمتر است و نتیجه را به شکل  $12.5 \pm 0.5 \text{ cm}$  بنویسیم.  
اگر طول نمونه به کمک خط‌کش  $12.8 \pm 0.1 \text{ cm}$  (نزدیک به ۱۳) باشد، آنگاه شاید بهتر باشد که نتیجه اندازه‌گیری با متر به صورت  $13.0 \pm 0.5 \text{ cm}$  نوشته شود.

به صورت نمادین نتیجه یک اندازه‌گیری (مقدار، دقت اندازه‌گیری و یکا) چنین نوشته می‌شود:

$$x = (x_{\text{بهبه}} \pm \Delta x) \text{ یکا}$$

بهترین مقدار طول نمونه دقیقاً وسط گستره‌ی رواداری خطای آن است. این موضوع در مورد تمام اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی صادق است<sup>۱</sup>. هرچه اندازه‌گیری یک کمیت معین دقیقتر باشد،  $\Delta x$  گستره‌ی رواداری خطای آن یا "عدم یقین" عددی کوچکتر خواهد بود. این کمیت را به طور مرسوم خطای اندازه‌گیری هم می‌نامند.

★ مثال ۱: هنگام راه‌اندازی یا ازکارانداختن یک زمانسنج به کمک دست، معمولاً نمی‌توانیم سریعتر از یک‌دهم ثانیه عمل کنیم در نتیجه خطای شخصی در اندازه‌گیری زمان دست کم ۰/۱ s است:

$$\Delta t \geq 0.1 \text{ s (دقت شخصی)}$$

• حال اگر بخواهیم زمان  $N$  نوسان آونگی معمولی را توسط زمانسنجی که دقت آن ۱ s است اندازه‌گیری کنیم و مقدار ۶۷ s به دست آید، آنگاه  $\Delta t = 1 \text{ s}$  زیرا دقت شخص اندازه‌گیر بهتر از ۱ ثانیه است و داریم:

$$t = (67 \pm 1) \text{ s}$$

• اگر همین زمان به کمک زمانسنجی که دقت آن ۰/۰۱ s است اندازه‌گیری شود و مقدار ۶۷/۳۵ s به دست آید، آنگاه چون دقت شخص اندازه‌گیر نمی‌تواند به خوبی زمانسنج باشد و  $\Delta t \geq 0.1 \text{ s}$  خواهیم داشت:

$$t = (67.4 \pm 0.1) \text{ s}$$

• ولی اگر بخواهیم زمان نوسان جسمی را اندازه‌گیری کنیم که بسیار کند نوسان می‌کند، چون تشخیص وضعیت نوسانگر برای ما ساده نخواهد بود و مثلاً نمی‌توان گفت دقیقاً در چه زمانی به یکی از دو انتهای نوسان می‌رسد یا در چه زمانی دقیقاً در وسط دامنه حرکت قرار دارد، تصمیم‌گیری در باره لحظه راه‌اندازی و قطع کردن زمانسنج دشوار بوده و قضاوت شخصی تاثیر گذار است و در نتیجه دقت اندازه‌گیری ممکن است حتی بسیار بزرگتر از ۰/۱ ثانیه بشود.

<sup>۱</sup> - این موضوع به نام قانون اعداد بزرگ شناخته می‌شود و بر طبق آن، مجموع  $n$  متغیر کاتوره‌ای مستقل (با توزیع دلخواه) متغیری با توزیع گاوسی خواهد بود. این تقریب با افزایش  $n$  بهتر می‌شود.



## ارقام بامعنی - نماد علمی

در نوشتن مقادیر باید به "ارقام بامعنی" توجه داشت. در علم فیزیک عددهای  $14/1 \text{ m}$  با  $14/10 \text{ m}$  متفاوتند! اولی سه رقم بامعنی دارد ولی دومی چهار رقم بامعنی. برای تعیین تعداد ارقام بامعنی، صفرهای سمت چپ عدد را ندیده گرفته و بقیه عددها را (صفر یا غیر صفر) می‌شماریم.

★ مثال ۲: اعداد  $x = 1/2 \text{ cm}$  و  $y = 0/00124 \text{ m}$  و  $z = 0/02430 \text{ s}$  بترتیب ۲ و ۳ و ۴ رقم بامعنی دارند.

معمولاً بهتر است که عدد را با نماد علمی بنویسیم. در این صورت عدد به شکل  $a.bc \dots \times 10^n \text{ u}$  نوشته می‌شود. در این نمایش،  $a$  عددی غیر صفر و  $u$  یکای آن کمیت است. با شمردن تمامی ارقام (بدون نما)، تعداد رقم‌های بامعنی به دست می‌آید.

★ مثال ۳: اعداد  $x = 3810 \text{ cm}$  و  $x = 38/10 \text{ m}$  هر دو چهار رقم بامعنی دارند. بسادگی دیده می‌شود که با تغییر واحد، نباید تعداد ارقام بامعنی را تغییر داد. می‌توان همین عدد را با نماد علمی، برحسب یگاهای دیگر نوشت:

$$x = 3810 \text{ cm} = 3/810 \times 10^1 \text{ m} = 3/810 \times 10^3 \text{ cm} = 3/810 \times 10^4 \text{ mm} = 3/810 \times 10^{-2} \text{ km}$$

هنگام گزارش یک عدد، باید آن عدد به همراه دقت اندازه‌گیری و یکای مربوط نوشته شود. دقت اندازه‌گیری یک کمیت معمولاً با یک رقم معنی‌دار (یا حداکثر دو رقم معنی‌دار) نوشته می‌شود. تعداد رقم‌های کمیت با توجه به دقت اندازه‌گیری مشخص می‌شود. آخرین رقم کمیت، رقم مشکوک نامیده می‌شود و مرتبه اعشاری آن با دقت اندازه‌گیری کمیت یکسان است. معمولاً هنگام نوشتن یک عدد با در نظر گرفتن دقت آن، مجبور به گرد کردن آن عدد می‌شویم.

در گرد کردن اعداد:

- اگر رقمی که باید حذف شود بزرگتر از ۵ باشد، گرد کردن به طور افزایشی است

$$1/26 \rightarrow 1/3 \quad (\text{عدد مورد نظر حذف شده و به رقم قبل آن، یک عدد اضافه می‌شود})$$

- اگر رقمی که باید حذف شود کوچکتر از ۵ باشد، گرد کردن به طور کاهشی است

$$1/24 \rightarrow 1/2 \quad (\text{فقط عدد مورد نظر حذف می‌شود}).$$

- اگر عدد مورد نظر دقیقاً برابر با ۵ باشد، هنگامی که رقم قبل آن زوج باشد به طور کاهش و هنگامی که رقم قبل آن فرد باشد

$$\text{به طور افزایشی گرد می‌شود. (به نزدیکترین عدد زوج گرد می‌شود)} \quad 1/35 \rightarrow 1/4, \quad 1/25 \rightarrow 1/2$$

★ مثال ۴: اگر  $x = 14/0735 \text{ mm}$  باشد آنگاه

- در صورتی که دقت اندازه‌گیری این کمیت  $\Delta x = 0/2 \text{ mm}$  باشد، باید نوشت:

- و در صورتی که دقت اندازه‌گیری  $\Delta x = 0/01 \text{ mm}$  باشد، باید نوشت:

- و اگر دقت اندازه‌گیری  $\Delta x = 0/002 \text{ mm}$  باشد، باید نوشت:

$$x = (14/1 \pm 0/2) \text{ mm}$$

$$x = (14/07 \pm 0/01) \text{ mm}$$

$$x = (14/074 \pm 0/002) \text{ mm}$$

در هنگام محاسبه اعداد با ارقام معنی‌دار، باید دقت داشت که:

- ارقام بامعنی نتیجه‌ی ضرب یا تقسیم چند عدد، برابر با کمترین رقم بامعنی آن اعداد است.

- در جمع یا تفریق چند عدد، تعداد ارقام بامعنی اجزای رابطه اهمیت ندارد و پس از هم واحد سازی، بزرگترین مرتبه‌ی رقم مشکوک

اعدادی که جمع یا تفریق می‌شوند، ارقام بامعنی نتیجه را تعیین می‌کند.

## ★ مثال ۵: برای کمیت های

$$x = 3/140 \text{ m (چهار رقم معنی دار)} \quad t = 7/04 \text{ s (سه رقم معنی دار)}$$

$$a = 23/475 \text{ m (پنج رقم معنی دار)} \quad b = 105/326 \text{ cm (شش رقم معنی دار)} \quad c = 62/9 \text{ mm (سه رقم معنی دار)}$$

مقادیر  $Q = b - c$  و  $L = a + 2b$ ،  $V = abc$ ،  $v = x/t$  (دقت داشته باشید که عدد ۲

در  $L$ ، یک عدد ریاضی محض است نه یک عدد فیزیکی دارای یک رقم معنی دار)

$$\triangleright v = \frac{x}{t} = \frac{3/140 \text{ m}}{7/04 \text{ s}} = 0/44602 \text{ m/s} \Rightarrow v = 0/446 \text{ m/s} \quad \text{سه رقم معنی دار}$$

(کمترین ارقام بامعنی مربوط به  $t$  است)

$$\triangleright V = abc = 23/475 \text{ m} \times 105/326 \text{ cm} \times 62/9 \text{ mm} \quad \text{کمیت های هم جنس بهتر است هم واحد شوند}$$

$$= 23/475 \text{ m} \times 105/326 \text{ m} \times 0/0629 \text{ m} = 1/5552 \text{ m}^3 \Rightarrow V = 1/56 \text{ m}^3 \quad \text{سه رقم معنی دار}$$

(کمترین ارقام بامعنی مربوط به  $c$  است)

$$\triangleright L = a + 2b = 23/475 \text{ m} + 2 \times 105/326 \text{ cm} \quad \text{باید ابتدا هم واحد شوند}$$

$$= (23/475 + 2 \times 105/326) \text{ m} = 25/58152 \text{ m} \Rightarrow L = 25/582 \text{ m} \quad \text{پنج رقم معنی دار}$$

(بزرگترین مرتبه اعشاری مربوط به ارقام مشکوک مربوط به رقم پنج هزارم متر مربوط به  $a$  است.)

$$\triangleright Q = b - c = 105/326 \text{ cm} - 62/9 \text{ mm} \quad \text{باید ابتدا هم واحد شوند}$$

$$= (1053/26 - 62/9) \text{ mm} = 990/36 \text{ mm} \Rightarrow Q = 990/4 \text{ mm} \quad \text{چهار رقم معنی دار}$$

(بزرگترین مرتبه اعشاری مربوط به ارقام مشکوک، رقم نه دهم میلی متر مربوط به  $c$  است. در این مثال، رقم بامعنی  $b$  و  $c$  بترتیب

شش و سه بودند ولی نتیجه دارای چهار رقم معنی دار است!)

نتایج محاسبه شده را به صورت نماد علمی بنویسید. البته این اعداد فقط برای مثال آورده شده اند و اندازه گیری یک کمیت با بیش از چهار رقم معنی دار عملاً در آزمایشگاه ناممکن یا بسیار دشوار است.

همان طور که در آغاز بیان شد، اندازه گیری کمتهایی که با آنها سروکار داریم یا به طور مستقیم انجام می شوند یا به طور غیرمستقیم.

حال این دو مورد را جداگانه بررسی می کنیم.

## اندازه گیری مستقیم

اگر کمیت مشخصی را به طور مستقیم اندازه بگیریم، آنگاه عدم یقین آن کمیت بزرگترین مقدار از بین "دقت دستگاه" و

"دقت شخص" است. در چنین مواردی، برای اطمینان از دقت اندازه گیری، معمولاً اندازه گیری را  $n$  بار تکرار می کنیم (مثلاً

۱۰ بار). در این صورت اگر نتیجه اندازه گیری  $i$  ام  $x_i \pm \Delta x_i$  باشد، با انتخاب  $w_i = \frac{1}{(\Delta x_i)^2}$  به عنوان "وزن اندازه گیری"

$i$  ام، مقدار بهینه  $x$  و خطای آن با میانگین گیری توزین شده به دست می آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{\text{بهینه}} = \langle x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \\ \sigma^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n w_i (x_i - \langle x \rangle)^2}{\sum_{i=1}^n w_i} \\ \Delta x_{\text{بهینه}} = \max(\sigma, \min(\Delta x_i)) \end{array} \right. \quad (1)$$

از علامت  $\langle \dots \rangle$  برای نمایش میانگین توزین شده استفاده شده است. هرچه اندازه گیری  $i$  ام دقیق تر انجام شده باشد، یعنی

$\Delta x_i$  کوچکتر باشد،  $w_i$  بزرگتر خواهد بود و نقش آن اندازه گیری در مقدار بهینه  $\langle x \rangle$  برجسته تر خواهد بود.

کمیت  $\sigma$  **انحراف استاندارد** نامیده می‌شود و معیاری از پراکندگی اندازه‌گیری‌هاست. و این کمیت بطور معمول باید از مرتبه خطای اندازه‌گیری‌ها باشد و اگر بطور قابل توجهی بزرگتر از خطای اندازه‌گیری‌ها باشد، نشان دهنده وجود خطایی در فرآیند اندازه‌گیری یا کاتوره‌ای بودن کمیت مورد اندازه‌گیری (مانند واپاشی ذرات آلفا) و یا عدم دقت کافی آزمایشگر است و باید به آن با دقت توجه شود. از سوی دیگر اگر تمام اندازه‌گیری‌ها مقدار یکسانی به دست دهند، انحراف استاندارد صفر می‌شود. در این وضعیت، دقت آزمایشگر بسیار بهتر از دقت ابزارهای اندازه‌گیر است و خطای کاتوره‌ای دیگری هم وجود ندارد و خطای اندازه‌گیری به کمترین مقدار دقت اندازه‌گیری‌ها محدود می‌شود. توان دوم انحراف استاندارد،  $\sigma^2$ ، **واریانس** نامیده می‌شود.

لازم به تذکر است که بطور کلی، برای تابع  $f(x)$ ، میانگین توزین شده چنین است:

$$\langle f(x) \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n w_i f(x_i)}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (2)$$

اگر تمام اندازه‌گیری‌ها با دقت یکسان انجام شده باشند،  $\Delta x_i = \Delta x$ ، و در نتیجه وزن آنها یکسان خواهند بود و معادله (1) به شکل آشنای میانگین گیری ساده تبدیل می‌شوند (اثبات کنید):

$$x_{\text{بهینه}} = \langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3)$$

برای کمیت‌هایی که ماهیت کاتوره‌ای دارند و پراکندگی مقادیر اندازه‌گیری شده در هر آزمایش،  $\sigma_x$ ، ممکن است بسیار بیشتر از دقت ابزارهای اندازه‌گیری باشد، در این صورت  $\Delta x \approx \sigma_x$  است.

از آنجا که برای متغیرهای کاتوره‌ای و مستقل  $x_1$  و  $x_2$  و ... و ثابت‌های دلخواه  $c_1$  و  $c_2$  و ... داریم:

$$\text{var}(c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots) = c_1^2 \text{var}(x_1) + c_2^2 \text{var}(x_2) + \dots \quad (4)$$

روابط (2) و (3) نشان می‌دهند که با فرض مستقل بودن اندازه‌گیری‌ها، با افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها،  $n$ ، واریانس  $x_{\text{بهینه}}$  به صورت  $\frac{1}{\sqrt{n}}$  کاهش می‌یابد.

$$\text{var}(x_{\text{بهینه}}) = \frac{1}{n^2} \text{var} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i \right\} = \frac{1}{n} \text{var}(x) \implies \sigma_{x_{\text{بهینه}}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

برای کمیت‌هایی که ماهیت کاتوره‌ای دارند با افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها می‌توان به دقت اندازه‌گیری ابزار نزدیک شد ولی اگر اندازه‌گیری را حتی میلیونها بار انجام دهیم، عدم دقت،  $\Delta x_{\text{بهینه}}$ ، هرگز از دقت اندازه‌گیری ابزار (یا نصف آن) بهتر نخواهد شد.

توجه داشته باشید که  $x_i$ ‌ها در روابط بالا همگی ذاتاً یکسان هستند و تفاوت در مقادیرشان به دلیل وجود خطای احتمالی در اندازه‌گیری است. برای اعدادی که ذاتاً یکسان نیستند، متوسط ریاضی را می‌توان حساب کرد ولی از نظر فیزیکی این میانگین گیری معنی خاصی ندارد.

تذکر: در ماشین حساب‌های علمی<sup>2</sup> حالت عملکردی (معمولاً به نام  $SD$ )<sup>3</sup> وجود دارد که می‌تواند  $\bar{x}$  و  $\sigma_n$  و  $\sigma_{n-1}$  را برای  $n$  داده‌ی  $x_i$  طبق روابط زیر حساب کند (در این روابط دقت اندازه‌گیری‌ها در نظر گرفته نشده است!):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{و} \quad \sigma_n^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \quad \text{و} \quad \sigma_{n-1}^2 = \frac{n}{n-1} \sigma_n^2 \quad (5)$$

<sup>2</sup> Scientific Calculator

<sup>3</sup> Statistical Deviation

★ مثال ۶: طول قطعه چوبی را با سه نوع خطکش که دقت یکی ۱ mm، دقت دومی ۲ mm و دقت سومی ۵ mm است، چهار بار اندازه گرفته‌ایم. نتایج اندازه‌گیری در جدول زیر آمده است:

طول قطعه $l$ cm	۲۷/۳	۲۷/۴	۲۷/۴	۲۷/۵
عدم یقین $\Delta l$ cm	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۵
$w = \frac{1}{(\Delta l)^2}$	۱۰۰	۱۰۰	۲۵	۴

$$\Rightarrow \sum_i w_i = 100 + 100 + 25 + 4 = 229$$

در نتیجه

$$\langle l \rangle = \frac{1}{229} \times (100 \times 27/3 + 100 \times 27/4 + 25 \times 27/4 + 4 \times 27/5) = 27/358 \text{ cm}$$

$$\sigma = \sqrt{\langle l^2 \rangle - \langle l \rangle^2} = 0/05276 \text{ cm} \Rightarrow \Delta l_{\text{بینه}} = \max(\sigma, \min(\Delta l_i)) = 0/1 \text{ cm}$$

و نتیجه را چنین می‌نویسیم:

$$l = (27/4 \pm 0/1) \text{ cm}$$

(خطا با یک رقم معنی دار)

در یک آزمایش، اگر پراکندگی داده‌ها کوچکتر از دقت اندازه‌گیری باشد، می‌توان امید داشت که آزمایش خوب انجام شده است در صورتی که اگر پراکندگی داده‌ها خیلی بیشتر از دقت اندازه‌گیری باشد آنگاه در انجام آزمایش خطایی رخ داده است زیرا پراکندگی اعداد به دست آمده بسیار بیشتر از مقداری است که بر اساس دقت کمیت‌های اندازه‌گیری شده، مجاز شمرده می‌شود.

برای داده‌های مثال قبل

$$\sigma = 0/05276 \approx 0/05 \text{ cm}$$

و چون  $\Delta l \geq 0/1 \text{ cm}$ ، مشکل خاصی به چشم نمی‌آید (در واقع بسیار خوب است).

ولی اگر اندازه‌گیری‌ها چنین می‌بودند:

طول قطعه $l$ cm	۲۷/۳	۲۶/۲	۲۵/۵	۳۰/۰
عدم یقین $\Delta l$ cm	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱
$w = \frac{1}{(\Delta l)^2}$	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰

(چون وزن‌ها یکسانند، به محاسبه  $w_i$ ‌ها نیاز نیست)

آنگاه

$$\langle l \rangle = \frac{1}{4} \times (27/3 + 26/2 + 25/5 + 30/0) = 27/25 \text{ cm}$$

در این حالت  $\sigma$  برابر است با:

$$\sigma = \sqrt{\langle l^2 \rangle - \langle l \rangle^2} = 1/7125 \approx 2 \text{ cm}$$

یعنی  $\sigma = 2 \gg \max(\Delta l) = 0/1$  که نشان‌دهنده وجود خطایی در انجام آزمایش است زیرا پراکندگی اعداد بسیار بزرگتر از مقداری است که از دقت اندازه‌گیری‌ها انتظار می‌رود. در این مورد اگر جستجوی منشاء خطای پیش آمده به نتیجه‌ای نرسید و منشاء خطا مربوط به ماهیت آزمایش و خارج از کنترل ما باشد (مثلا دقت شخصی)، باید نتیجه نهایی را چنین بنویسیم:

$$\Delta l_{\text{بینه}} = \max(\sigma, \min(\Delta l_i)) = 2 \text{ cm}$$

و در نتیجه:

$$l = (27 \pm 2) \text{ cm}$$

(خطا با یک رقم معنی دار)

## اندازه‌گیری غیرمستقیم

در بیشتر موارد، کمیت مورد نظر را نمی‌توان به طور مستقیم اندازه گرفت (مانند ثابت پلانک، بار الکترون، ...). در چنین مواردی، کمیت مورد نظر طبق رابطه‌ای به کمیت‌های دیگری که قابل اندازه‌گیری‌اند وابسته است. اگر کمیت‌های قابل اندازه‌گیری را با  $x$  و  $y$  و  $z$  و ... (و عدم یقین  $\Delta x$  و  $\Delta y$  و  $\Delta z$  و ...) و کمیت مورد نظر را با  $f$  نمایش بدهیم، می‌توان نوشت:

$$f = f(x, y, z, \dots) \quad (6)$$

در این صورت می‌توان با اندازه‌گیری کمیت‌های  $x$  و  $y$  و ...، با یکی از دو رهیافت زیر، مقدار  $f$  و دقت آن را به دست آورد.

## اندازه‌گیری ساده

در این روش، با اندازه‌گیری یک مجموعه از کمیت‌های قابل اندازه‌گیری، یک مقدار برای  $f$  به دست می‌آید. در این صورت می‌توان عدم یقین  $\Delta f$  را چنین به دست آورد:

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta z + \dots \quad (7)$$

رابطه‌ی (7) حد بالای عدم یقین در  $f$  را به دست می‌دهد و به آن خطای مطلق بیشینه گفته می‌شود.

اگر  $x$  و  $y$  و  $z$  و ... مستقل از یکدیگر و دارای توزیع گاوسی باشند، ممکن است که خطاها در بعضی از اندازه‌گیری‌ها همدیگر را (به طور تصادفی) جبران کنند. در این حالت تقریب واقعی‌تر  $\Delta f$  از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\Delta f = \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial z} \Delta z \right)^2 + \dots} \quad (8)$$

کمیت  $\frac{\Delta f}{|f|}$ ، که معمولاً به صورت "درصد" بیان می‌شود، "عدم یقین نسبی" خوانده می‌شود و معیار دقت اندازه‌گیری‌هاست.

★ مثال 5: فرض کنید در رابطه زیر  $x$  و  $y$  کمیت‌های قابل اندازه‌گیری و  $a$  و  $b$  اعدادی ثابت و بدون خطا هستند.

$$f = ax + b \left( \frac{y}{x} \right)^2 \quad (9)$$

از رابطه (7) رابطه‌ی زیر به دست می‌آید که معمولاً در متون ساده‌تر مانند آزمایشگاه‌های پایه از آن استفاده می‌شود:

$$\Delta f = \left| a - \frac{2by^2}{x^3} \right| \Delta x + 2 \left| \frac{by}{x^2} \right| \Delta y \quad (10)$$

نتیجه رابطه (8) به شکل زیر خواهد بود که با واقعیت سازگارتر است:

$$\Delta f = \sqrt{\left( a - \frac{2by^2}{x^3} \right)^2 (\Delta x)^2 + 4 \left( \frac{by}{x^2} \right)^2 (\Delta y)^2} \quad (11)$$

سوال: اگر اعداد ثابت رابطه (9)، ثابت‌هایی آزمایشگاهی باشند یعنی دقت آنها مشخص باشد (مانند ثابت‌هایی که در جدول ابتدای این دستورکار نوعاً با 3 رقم معنی دار داده شده‌اند) روابط (10) و (11) به چه صورتی درمی‌آید؟

★ مثال ۶: فرض کنید:

$$f = ax^p y^q \dots \quad (12)$$

که در آن دوباره  $x$  و  $y$  و ... کمیت‌های قابل اندازه‌گیری و  $a$  و  $p$  و  $q$  و ... اعدادی ثابت هستند. در این صورت از (۷) خواهیم داشت (اگر بین کمیت‌ها جمع یا تفریق نباشد، ساده‌تر آن است که ابتدا لگاریتم و سپس دیفرانسیل بگیریم):

$$\frac{\Delta f}{|f|} = |p| \frac{\Delta x}{|x|} + |q| \frac{\Delta y}{|y|} + \dots \quad (13)$$

### رسم نمودار (منحنی / خطی)

در مواردی تنها دو کمیت متغیر  $x$  و  $y$  اندازه‌گیری می‌شوند و بقیه کمیت‌های مدل فیزیکی ثابت نگه داشته می‌شوند. اغلب می‌توان کمیت  $y$  را به ازای  $n$  مقدار متفاوت  $x$  اندازه‌گیری کرد. در چنین مواردی هدف از رسم نمودار یکی از این دو مورد است:

• با رسم منحنی  $Y = y$  برحسب  $X = x$  مایلیم چگونگی بستگی این دو کمیت به یکدیگر را مشخص کنیم. مثلاً با رسم منحنی میدان مغناطیسی  $B$  یک سیم پیچ برحسب جریان  $I$  در حال عبور از آن، مایلیم بدانیم در چه ناحیه‌ای تغییرات این دو بطور خطی به هم وابسته‌اند یعنی  $\Delta B \propto \Delta I$ . برای این کار کافی است  $Y = B$  را برحسب  $X = I$  رسم کنیم.

• با دانستن چگونگی بستگی  $y$  به  $x$  مایلیم کمیت مجهولی مانند  $f = f(x, y)$  که به  $x$  و  $y$  بستگی دارد را به دست آوریم. در حالت کلی  $y$  تابعی خطی از  $x$  نیست ولی در بسیاری از مواقع می‌توان معادله‌ی  $f = f(x, y)$  را به صورت یک معادله‌ی خطی بین توابعی از  $x$  و  $y$  درآورد:

$$\begin{cases} X = X(x, y) \\ Y = Y(x, y) \end{cases} \implies Y = a + bX \quad (14)$$

در این صورت کمیت مورد نظر  $f$  با شیب  $b$  و یا عرض از مبدا  $a$  یا ترکیبی از آنها ارتباط خواهد داشت و در نتیجه با دانستن آنها می‌توان  $f$  را به دست آورد. در این موارد برازش حداقل مربعات خطی<sup>۴</sup> روشی است که برای یافتن بهترین بستگی  $Y$  به  $X$  و یافتن مقادیر  $a$  و  $b$  به کار برده می‌شود.

برای مثال، ولتاژ دو سر یک خازن  $C$  که به کمک یک باتری با نیروی محرکه  $\mathcal{E}$  شارژ شده است و سپس در یک مقاومت  $R$  در حال تخلیه است به صورت  $V_c = \mathcal{E} e^{-t/RC}$  با زمان تغییر می‌کند. برای به دست آوردن ظرفیت این خازن کافی است  $Y = \ln V_c$  را برحسب زمان  $X = t$  رسم کنیم. شیب خط رسم شده برابر با  $-\frac{1}{RC}$  و عرض از مبدا آن  $\mathcal{E}$  خواهد بود.

لازم به یادآوری است که شیب، یک کمیت فیزیکی است و هیچ ارتباطی با تانژانت زاویه هندسی خط رسم شده ندارد!

### برای رسم نمودار :

- ۱ - از کاغذ میلی‌متری با اندازه‌ی حداکثر  $A4$  و حداقل  $A5$  استفاده کنید.
- ۲ - محورهای  $X$  و  $Y$  را به گونه‌ای انتخاب کنید که اولاً تقریباً از تمام کاغذ میلی‌متری برای نمایش نقاط اندازه‌گیری شده استفاده شود و ثانیاً تعیین نقاط بر روی کاغذ میلی‌متری بسادگی انجام شود و نیاز به ضرب و تقسیم پیچیده نباشد (مثلاً ۶ سانتی متر را معادل ۵۰۰ میلی‌آمپر انتخاب نکنیم زیرا در این صورت اعداد ۱۰۰ و ۲۰۰ و ۳۰۰ میلی‌آمپر بسختی نمایش داده خواهند

<sup>4</sup> Linear Least Square fitting

شد). برای مثال اگر مقادیر  $X$  بین  $۱۲/۷$  تا  $۱۶/۴$  باشد، کمترین مقدار محور  $X$  را برابر  $۱۲$  و بیشترین مقدار آن را برابر  $۱۷$  انتخاب کنید (طول کاغذ میلی متری  $۲۵$  یا  $۳۰$  سانتی متر است که بسادگی به  $۵$  قابل قسمت است) و سپس محور افقی را طبق این انتخاب تقسیم بندی کنید. برای مقادیر بین  $۱۱/۶$  تا  $۱۷/۵$  شاید انتخاب  $۱۰$  برای کمترین و  $۲۰$  برای بیشترین مقدار محور  $X$  مناسب تر باشد. برای محور  $Y$  نیز کار مشابهی انجام دهید.

دقت داشته باشید که مبداء مختصات یک کاغذ میلی متری الزاماً «صفر» نیست.

۳ - پس از تقسیم بندی محورها، اطلاعات  $X$  و  $Y$  را به همراه میله های خطای آنها (به شکل  $\leftarrow \rightarrow$ ) به روی کاغذ میلی متری منتقل کنید. بهترین منحنی یا خط مورد نیاز را که (بایستی) از داخل مستطیل دربرگیرنده این میله های خطا می گذرد و در مجموع کمترین فاصله را تا نقاط دارد، رسم کنید. (طول پیکان های خطا،  $۲$  برابر دقت  $\Delta X$  و  $\Delta Y$  است.) این خط ممکن است از هیچ یک از نقاط نگذرد! اگر طول پیکان های خطا بقدری کوچک باشد که بر روی کاغذ میلی متری قابل نمایش نباشد، هنگام استفاده از منحنی برای اندازه گیری مختصات هر نقطه، باید از دقت کاغذ میلی متری برای  $\Delta X$  یا  $\Delta Y$  آن نقطه استفاده شود.

### برازش حداقل مربعات

همان طور که اشاره شد، هنگامی که بتوان معادله خطی  $Y = a + bX$  را برقرار کرد، از روش برازش حداقل مربعات خطی برای مشخص کردن بهترین خط استفاده می شود. پس از رسم بهترین خط، وظیفه نقاط به دست آمده از آزمایش به پایان می رسد و از این به بعد باید با خط رسم شده محاسبات خود را ادامه دهید. اکنون سوال این است که:

۱ - مقادیر  $a$  و  $b$  چگونه محاسبه می شوند؟

۲ - عدم یقین در مقادیر  $x$  و  $y$  چگونه در عدم یقین  $f$  اثر دارند؟

به این پرسش ها می توان بطور تحلیلی پاسخ داد ولی از آنجا که ساده ترین روش یافتن مقادیر  $a$  و  $b$  و دقت آنها، رسم خط  $Y$  بر حسب  $X$  است، ابتدا به چگونگی محاسبه شیب و عرض از مبداء و خطای آنها به کمک خط رسم شده پرداخته و سپس به چگونگی محاسبات تحلیلی مربوط به آن اشاره ای خواهد شد.

#### • الف) برای محاسبه شیب $b$ و خطای آن:

دو نقطه (۱) و (۲) واقع بر روی خط و حتی الامکان دور از یکدیگر و در محدوده آزمایش را انتخاب کرده و مختصات و دقت آنها را مشخص می کنیم. شیب خط و خطای آن به صورت زیر به دست می آیند:

$$b = \frac{\delta Y}{\delta X} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \implies \frac{\Delta b}{|b|} = \frac{\Delta Y_2 + \Delta Y_1}{|Y_2 - Y_1|} + \frac{\Delta X_2 + \Delta X_1}{|X_2 - X_1|}$$

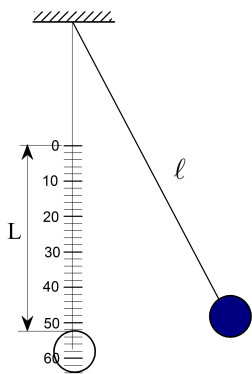
#### • ب) برای محاسبه عرض از مبداء $a$ و خطای آن:

نقطه ای ( $M$ ) واقع بر خط رسم شده و در حوالی وسط آن را انتخاب کرده و مختصات آن را به همراه دقت آنها مشخص می کنیم. عرض از مبداء خط و خطای آن چنین محاسبه می شود:

$$a = Y_M - b X_M \implies \Delta a = \Delta Y_M + |b| \Delta X_M + |X_M| \Delta b$$

که شیب  $b$  و دقت آن  $\Delta b$  در قسمت «الف» محاسبه شده اند.

یادآوری می شود که  $\Delta X$  و  $\Delta Y$  بزرگترین مقدار بین دقت اندازه گیری ها (که در آزمایش تعیین می شوند) و دقت کاغذ میلی متری به کار برده شده است. برای این منظور باید دقت  $X$  یا  $Y$  محاسبه شده در آزمایش را در هر نقطه ای با فاصله ای بین ریزترین قسمت های کاغذ میلی متری مقایسه کرد.



★ مثال ۷: در آونگ ساده رابطه‌ی  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$  بین طول واقعی آونگ و دوره تناوب آن برقرار است. فرض کنید که به دلایلی طول واقعی آونگ را نتوانیم اندازه بگیریم و به جای آن  $L = \ell + \epsilon$  اندازه‌گیری شود که در آن  $\epsilon$  یک ثابت نامعلوم است (شکل روبه رو).

چون  $\ell = \frac{g}{4\pi^2} T^2$  دیده می‌شود که با انتخاب  $X = T^2$  و  $Y = L$ ، معادله

$$Y = \frac{g}{4\pi^2} X + \epsilon$$

بین این دو کمیت برقرار است که بوضوح معادله یک خط راست با شیب  $\frac{g}{4\pi^2}$  است و خطای اندازه‌گیری طول آونگ به عرض از مبدا آن منتقل شده و هیچ نقشی در تعیین شتاب ثقل ندارد. این مثال، توانایی رسم خط را در حذف یک خطای سازماندهی<sup>۵</sup> بخوبی نشان می‌دهد. (خطای سازماندهی در این مثال مربوط به اندازه‌گیری طول آونگ است) بنابراین اگر از رسم خط بطور هوشمندانه‌ای استفاده شود می‌توان تاثیر خطاهای سازماندهی موجود در آزمایش بر نتیجه آزمایش را از بین برد یا کاهش داد.

★ مثال ۸: نتایج چند اندازه‌گیری طول (غیرواقعی) آونگ ساده‌ای،  $L$ ، و زمان  $50$  نوسان آن،  $t$  در جدول زیر آمده است:

$Y = L$ (طول آونگ)	$(\pm 0.5)$ cm	۲۰/۰	۴۰/۰	۶۰/۰	۸۰/۰	۱۰۰/۰	۱۲۰/۰
$t = 50T$ (زمان ۵۰ نوسان)	$(\pm 0.1)$ s	۶۲/۸	۷۸/۲	۹۰/۹	۹۹/۵	۱۱۰/۸	۱۱۸/۵
$X = T^2$ (مجذور دوره تناوب)	$(\pm 8t \times 10^{-5})$ s <sup>2</sup>	۱/۵۸	۲/۴۵	۳/۳۱	۳/۹۶	۴/۹۱	۵/۶۲

که در آن مقادیر خطا چنین محاسبه شده‌اند:

$$\begin{aligned} X &= T^2 = \left(\frac{t}{50}\right)^2 \Rightarrow \Delta X = 2T \Delta T = 8t \times 10^{-5} \text{ (s}^2\text{)} \\ Y &= L \Rightarrow \Delta Y = \Delta L = 0.5 \text{ (cm)} \end{aligned} \quad (15)$$

نموار  $L$  برحسب  $T^2$  این آونگ در صفحه بعد رسم شده است. شتاب ثقل از شیب نمودار به دست می‌آید:

$$b = \frac{\delta Y}{\delta X} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{110 - 27}{5.25 - 1.90} = 24.7761 \text{ (cm/s}^2\text{)} \Rightarrow g = 4\pi^2 b = 9.78122 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

و دقت آن چنین محاسبه می‌شود:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta b}{b} = \left\{ \frac{\Delta Y_2 + \Delta Y_1}{|Y_2 - Y_1|} + \frac{\Delta X_2 + \Delta X_1}{|X_2 - X_1|} \right\} = \left\{ \frac{2 \times 1}{83} + \frac{2 \times 0.05}{3.35} \right\} = 0.054 \approx 5\%$$

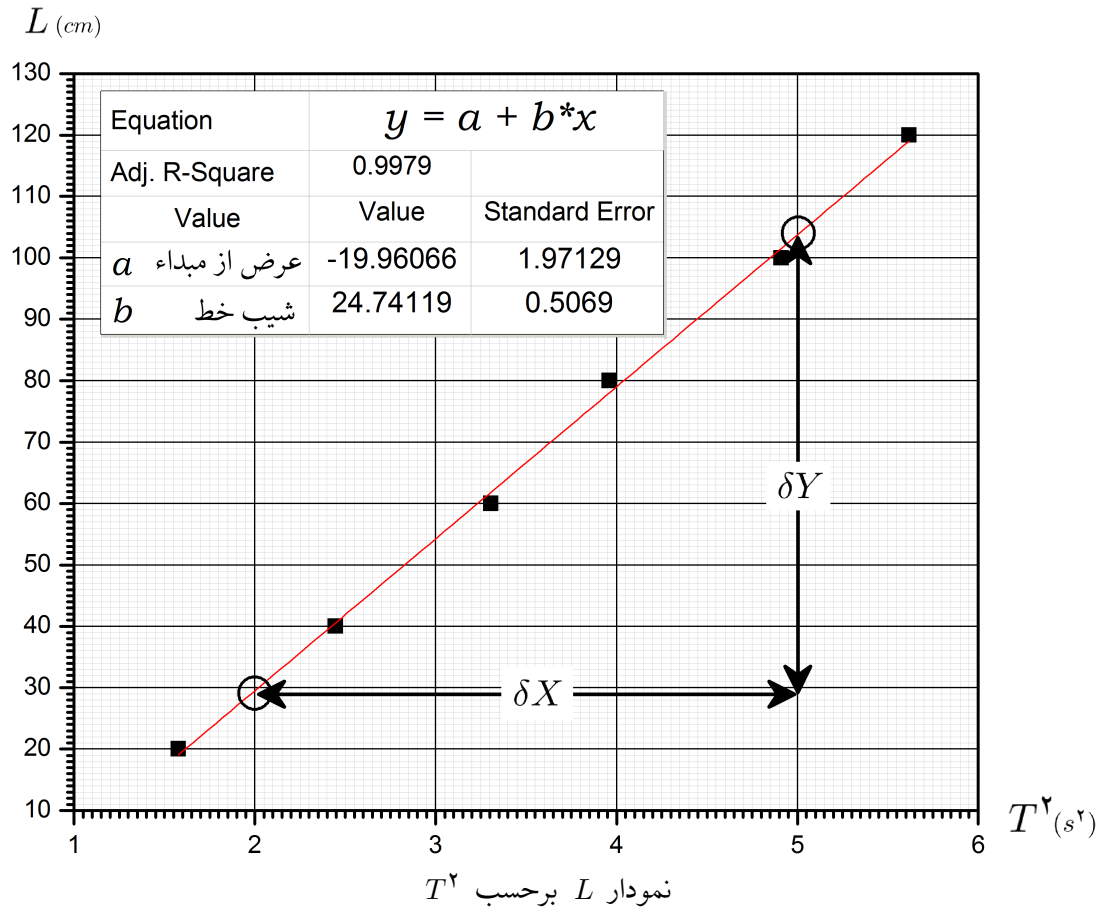
زیرا دقت کاغذ میلی متری نشان داده شده کمتر از دقت اندازه‌گیری است:  $\Delta Y = 1 \text{ cm}$ ،  $\Delta X = 0.05 \text{ s}^2$ .

در نتیجه:  $\Delta g = 0.527669 \text{ (m/s}^2\text{)}$  و در نهایت با در نظر گرفتن یک رقم معنی‌دار برای خطا خواهیم داشت:

$$g = (9.8 \pm 0.5) \text{ m/s}^2$$

در جدول داخل نمودار، نتیجه محاسبات حداقل مربعات که در نرم افزار Origin محاسبه شده است نشان داده شده است. شیبی که نرم افزار محاسبه کرده است  $24.74 \text{ cm/s}^2$  و عرض از مبدا آن  $-19.96 \text{ cm}$  است. عرض از مبدا به دست آمده به این معنی است که طول اندازه‌گیری شده این آونگ تقریباً  $20$  سانتی متر کمتر از طول واقعی آن بوده است.





### محاسبات حداقل مربعات / محاسبه عددی شیب و عرض از مبدا

در این قسمت به اختصار محاسبات حداقل مربعات به صورت تحلیلی بیان می‌شود. این قسمت صرفاً جهت اطلاع دانشجویان نوشته شده است و در این آزمایشگاه نیاز به اجرای این محاسبات نیست.

- ابتدا فرض می‌کنیم مقادیر  $X_i$  به طور دقیق تعیین شوند و مقادیر  $Y_i$  دارای عدم یقین  $\Delta Y_i$  باشند. برای تعیین بهترین مقادیر  $a$  و  $b$  می‌توان حاصلجمع مربع خطاهای توزین شده  $\mathcal{E}$  را نسبت به  $a$  و  $b$  کمینه کرد.

$$\mathcal{E} = \sum_{i=1}^n w_i (Y_i - a - bX_i)^2 \quad (16)$$

که در آن  $w_i$  وزن یا میزان اهمیت اندازه‌گیری  $i$  ام است و مانند رابطه‌ی (؟؟)، چنین تعریف می‌شود.

$$w_i = \sigma^2 \left( \frac{1}{\Delta Y_i} \right)^2 \quad \text{با} \quad \frac{1}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\Delta Y_i} \right)^2 \quad (17)$$

یافتن کمینه‌ی (۱۶) نسبت به  $a$  و  $b$  به معادلات زیر منجر می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial a} = 0 &\Rightarrow a \sum_{i=1}^n w_i + b \sum_{i=1}^n w_i X_i = \sum_{i=1}^n w_i Y_i \\ \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial b} = 0 &\Rightarrow a \sum_{i=1}^n w_i X_i + b \sum_{i=1}^n w_i X_i^2 = \sum_{i=1}^n w_i X_i Y_i \end{aligned} \quad (18)$$

که به شکل زیر نیز نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} a + b \langle X \rangle &= \langle Y \rangle \\ a \langle X \rangle + b \langle X^2 \rangle &= \langle XY \rangle \end{aligned} \quad (19)$$

می‌توان جوابهای دستگاه معادلات (۱۹) را بسادگی به دست آورد. جواب چنین است:

$$b = \frac{\langle XY \rangle - \langle X \rangle \langle Y \rangle}{\text{var}(X)} \quad (20)$$

$$a = \frac{\langle X^2 Y \rangle - \langle X \rangle \langle XY \rangle}{\text{var}(X)} = \langle Y \rangle - b \langle X \rangle \quad (21)$$

که در آن از تعریف واریانس استفاده شده است:

$$\text{var}(X) = \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2 \quad (22)$$

از رابطه‌ی (۸) می‌توان دقت‌های  $\Delta a$  و  $\Delta b$  را محاسبه کرد:

$$\Delta a = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial a}{\partial Y_i} \Delta Y_i \right)^2} = \sigma \sqrt{\frac{\langle X^2 \rangle}{\text{var}(X)}} \quad (23)$$

$$\Delta b = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial b}{\partial Y_i} \Delta Y_i \right)^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{\text{var}(X)}} \quad (24)$$

★ مثال ۹: مثال ۸ را در نظر گرفته و به طور تحلیلی شیب و عرض از مبدا را محاسبه می‌کنیم.

عدم یقین نسبی در طول آونگ،  $\frac{\Delta L}{L}$ ، از مرتبه ۰/۷ و عدم یقین نسبی در  $T^2$  از مرتبه ۰/۲ است. پس می‌توان فرض کرد که  $X = T^2$  ها دقیقتر از  $Y$  ها اندازه‌گیری شده‌اند. بنابراین با چشم‌پوشی از عدم یقین در  $X_i$  ها داریم:

$X (s^2)$	۱/۵۸	۲/۴۵	۳/۳۱	۳/۹۶	۴/۹۱	۵/۶۲
$Y (cm)$	۲۰/۰	۴۰/۰	۶۰/۰	۸۰/۰	۱۰۰/۰	۱۲۰/۰

$$\Delta Y_i = 0.5 \text{ cm} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(\Delta Y)^2}{6} = 0.417 \text{ cm}^2 \Rightarrow w_i = \frac{1}{6} \quad \text{در نتیجه:}$$

$$\langle X \rangle = 3.6383 \text{ s}^2 \text{ و } \langle X^2 \rangle = 15.1382 \text{ s}^4 \Rightarrow \text{var}(X) = \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2 = 1.901 \text{ s}^4$$

$$\text{بعلاوه } \langle XY \rangle = 30.173 \text{ cm.s}^2 \text{ و } \langle Y \rangle = 70 \text{ cm} \text{ و در نهایت}$$

$$b = \frac{\langle XY \rangle - \langle X \rangle \langle Y \rangle}{\text{var}(X)} = 24.75 \text{ cm/s}^2, \quad \Delta b = \frac{\sigma}{\sqrt{\text{var}(X)}} = 0.4684 \text{ cm/s}^2$$

$$a = \langle Y \rangle - b \langle X \rangle = -20.05 \text{ cm}, \quad \Delta a = \sigma \sqrt{\frac{\langle X^2 \rangle}{\text{var}(X)}} = 1.82 \text{ cm}$$

و از آنجا می‌توان شتاب ثقل و عدم یقین آن را به دست آورد.

$$g = 4\pi^2 b = 977.1 \text{ cm/s}^2$$

$$\Delta g = g \left( \frac{\Delta b}{b} \right) = 18.5 \text{ cm/s}^2$$

و در نتیجه:

$$g = (9.8 \pm 0.2) \text{ m/s}^2$$

- در حالت کلی‌تر، فرض می‌شود که مقادیر  $X_i$  دارای عدم یقین  $\Delta X_i$  و مقادیر  $Y_i$  دارای عدم یقین  $\Delta Y_i$  باشند. این مورد خارج از حوصله این نوشتار است و برای بررسی آن می‌توانید به مبحث «واریانس - کوواریانس» مراجعه کنید.

تمرین: خطای محاسبات انجام شده در مثال (۵) را به دست آورید. کدامیک از کمیت‌های  $L$  و  $V$  و  $v$  و  $Q$  دقیق‌تر است؟



Thomson

## تعیین نسبت بار به جرم الکترون ( $e/m$ )

### زمینه نظری آزمایش

تامسون<sup>۱</sup> برای اولین بار ماهیت الکترون را کشف کرد. اگر الکترونی با جرم  $m$  و بار الکتریکی  $-e$  تحت اختلاف پتانسیل  $U_A$  از کاتد به سمت آند شتاب بگیرد، انرژی جنبشی آن هنگام رسیدن به آند چنین خواهد بود:

$$e U_A = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

اگر این الکترون تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی به شدت  $B$  قرار گیرد، به الکترون متحرک نیروی  $\vec{F} = -e \vec{v} \times \vec{B}$  وارد می‌شود. در صورتی که این میدان، یکنواخت و عمود بر سرعت الکترون باشد، مسیر حرکت الکترون، دایره‌ای به شعاع  $r$  خواهد بود:

$$e v B = \frac{m v^2}{r} \quad (2)$$

با حذف  $v$  از روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت.

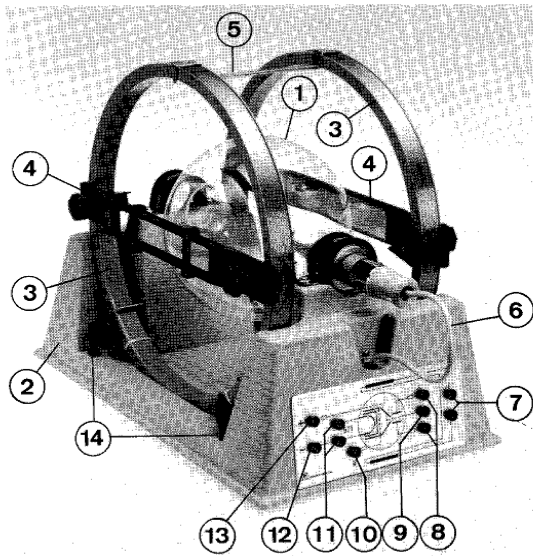
$$\frac{e}{m} = \frac{2 U_A}{B^2 r^2} \quad (3)$$

و با حذف  $\frac{e}{m}$  به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{2 U_A}{B r} \quad (4)$$

در نتیجه با اندازه‌گیری  $U_A$  و  $B$  و  $r$  می‌توان مقدار نسبت بار به جرم  $(\frac{e}{m})$  و سرعت ( $v$ ) الکترون را محاسبه کرد.

### شرح دستگاه آزمایش



شکل ۱

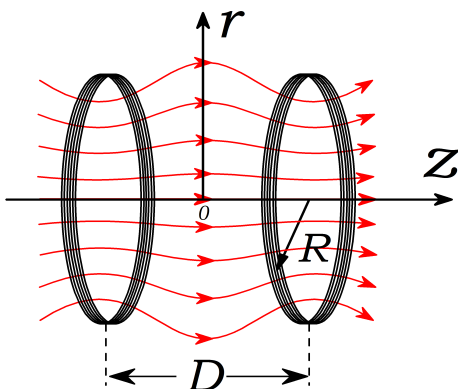
۱ - حباب شیشه‌ای	۵ - بست فلزی
۲ - بدنه	۶ - سیم رابط ورودی‌ها به لامپ
۳ - پیچ‌های هلمهولتز	۷ - اتصال به دوسر پیچه هلمهولتز
۴ - آینه و شاخص‌ها	۸ - اتصال به صفحات منحرف‌کننده
۹ - اتصال آند (برای تنظیم ولتاژ صفحات منحرف‌کننده)	
۱۰ - اتصال به استوانه ونلت (برای تنظیم باریکه الکترونی)	
۱۱ - ورودی دوسر فیلامان	۱۳ - اتصال به آند
۱۲ - اتصال به کاتد	۱۴ - میله‌های نگهدارنده

این دستگاه از یک لامپ الکترونی تشکیل شده است که دارای کاتد اکسیدی غیرمستقیم، استوانه ونلت<sup>۲</sup>، آند مخروطی شکل و یک جفت صفحات منحرف‌کننده برای انحراف الکتروستاتیکی باریکه الکترونی است. فشار گاز داخل لامپ  $1/33 \times 10^{-5} \text{ bar}$  می‌باشد. در طرفین این لامپ یک جفت سیم‌پیچ حلقه‌ای شکل قرار گرفته است. فاصله بین حلقه‌ها  $D$  و شعاع حلقه‌ها  $R$  با هم برابر و تعداد دور هر دو سیم‌پیچ و جریانی که از آنها می‌گذرد نیز یکسان است. بدین‌سان این دو پیچه تشکیل پیچه‌ی هلمهولتز<sup>۳</sup> می‌دهند. تعداد دور سیم‌پیچ‌های هلمهولتز دستگاه موجود در آزمایشگاه  $N = 130$  دور (هر کدام ۶۵ دور) و  $D = R = 15/0 \text{ cm}$  است.

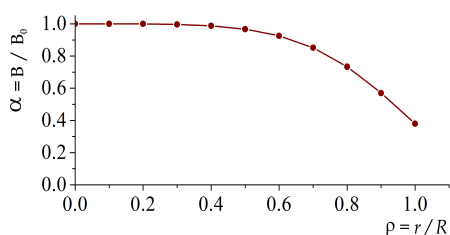
<sup>1</sup> J. J. Thomson - Nobel Prize laureate 1906

<sup>2</sup> Arthur Rudolph Berthold Wehnelt, a German physicist, who invented it during the years 1902 and 1903.

<sup>3</sup> Helmholtz



شکل ۲-الف - میدان مغناطیسی پیچه‌ها



شکل ۲-ب - بزرگی میدان در وسط پیچه‌ها

مقادیر  $\alpha$  در چند مقدار  $\rho$  در جدول زیر داده شده است. این مقادیر، از حل عددی قانون بیوساوار به دست آمده‌اند.

جدول ۱

$\rho = r/R$	0	0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6	0/70	0/8	0/9	1/0
$\alpha(\rho)$	1	1/000	1/000	0/997	0/988	0/967	0/926	0/852	0/734	0/570	0/380

در نتیجه با قرار دادن  $B = \alpha K I$  در معادلات (۳) و (۴) خواهیم داشت:

$$U_A = \frac{1}{2} \frac{e}{m} (\alpha K I r)^2 = \frac{1}{2} \alpha K I r v \quad (6)$$

### روش کار

$$R = ( \dots \pm \dots ) \text{ cm}$$

$$D = ( \dots \pm \dots ) \text{ cm}$$

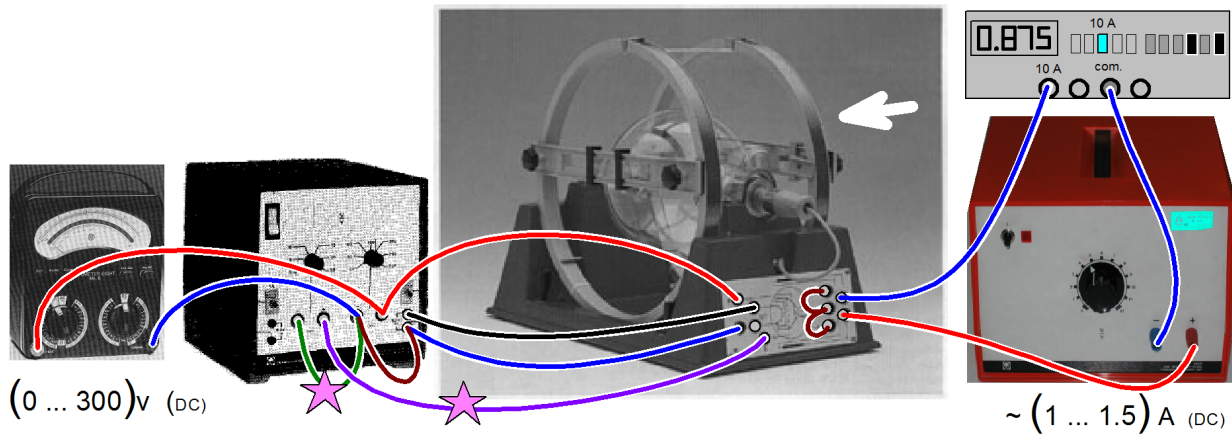
۱. فاصله‌ی بین حلقه‌های هلمهولتز و شعاع آنها را اندازه بگیرید:

۲. مدار آزمایش را با توجه به شکل ۳ ببندید. اتصالات لامپ روی بدنه دستگاه نشان داده شده است. توجه داشته باشید که همه دستگاه‌ها در هنگام بستن مدار خاموش باشند.

◀ برای گرم کردن فیلامان، ترمینال‌های مربوط به آن را به ولتاژ ۶ ولت متناوب (ترمینال‌های ۵ آمپری) متصل کنید.

◀ از قسمت ولتاژ مستقیم ۰ تا ۳۰۰ ولتی منبع تغذیه برای ایجاد اختلاف پتانسیل بین کاتد و آند استفاده می‌شود. کاتد (که به یک سرفیلامان وصل است) را به منفی و آند را به مثبت وصل کنید. با وصل کردن یک ولتمتر مستقیم که بتواند تا ولتاژ ۳۰۰ ولت را اندازه بگیرد می‌توانید اختلاف پتانسیل بین آند و کاتد را با دقت خوبی اندازه بگیرید.

◀ منبع تغذیه یک قسمت ۰ تا ۲۰ ولتی دارد که در صورت نیاز (اگر الکترون‌های خارج شده از آند مخروطی باریک و منظم نباشد) می‌توانید آن را به استوانه ولت متصل کرده و برای تنظیم کردن باریکه الکترونی به کار برید. برای این کار کافی است ترمینال منفی این قسمت را به ترمینال منفی قسمت ۰ تا ۳۰۰ ولتی وصل کرده و ترمینال مثبت آن را به محل اتصال استوانه ولت وصل کنید. در غیر این صورت نیازی به این اتصالات که در شکل با ستاره نشان داده شده‌اند نیست.

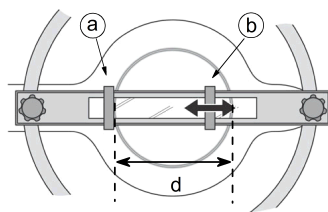


شکل ۳

◀ برای ایجاد میدان مغناطیسی، منبع تغذیه مستقیمی که بتواند شدت جریان تا ۲ آمپر را تامین کند به ترمینال‌های مربوط به پیچ‌های هلمهولتز ببندید. برای اندازه‌گیری جریان در حال عبور از پیچ‌ها یک آمپر متر DC مناسب را به طور سری (متوالی) در مدار قرار دهید. (از ترمینال ۱۰ A آمپرسنج استفاده کنید و کلید مقدار ۱۰ A را به داخل فشار دهید)

◀ برای آن که صفحات منحرف کننده هیچ تاثیری در انحراف الکترون‌ها نداشته باشند، آنها را با آند همپتانسیل کنید. برای این کار کافی است با دو عدد سیم، پایانه‌های شماره ۸ (صفحات) را به پایانه شماره ۹ (آند) متصل کنید (شکل ۱). مدار را به مسئول آزمایشگاه نشان دهید و پس از اطمینان از درست بسته شدن مدار، ولتاژ آند ( $U_A$ ) را روی ۲۵۰ ولت تنظیم کرده و جریان در حال عبور از پیچ‌ها را برابر با ۱ آمپر قرار دهید.

۳. با تنظیم جریان، باریکه الکترونی را به صورت دایره‌ای با شعاع مناسبی در آورید. با تنظیم ولتاژ استوانه و نلت، باریکه الکترونی را تا حد ممکن باریک و یکنواخت کنید. الکترون‌هایی که (اکنون با انرژی جنبشی ۲۵۰ الکترون‌ولت) از آند مخروطی خارج می‌شوند، در میدان مغناطیسی ناشی از پیچ‌های هلمهولتز منحرف می‌شوند. این الکترون‌ها با اتم‌های گاز (معمولاً هیدروژن) کم‌فشار درون لامپ برخورد کرده و آنها را برانگیخته یا حتی یونیزه می‌کند. اتم‌های برانگیخته یا یونیزه شده هنگام برگشت به حالت پایدار زمینه، نور گسیل می‌کنند. (زمینه نظری آزمایش ثابت ریدبرگ را ببینید) که بیشتر آن فرابنفش و بنفش رنگ است. اتم‌هایی که از ترازهای بالاتر از ۳ ابتدا به تراز  $n = 2$  رفته و سپس به تراز زمینه می‌روند، نوری در ناحیه مرئی به رنگ بنفش گسیل می‌کنند و بدین ترتیب رد حرکت الکترون‌ها در لامپ قابل مشاهده خواهد بود. مشاهده کنید که با تغییر جریان پیچ‌ها یا تغییر ولتاژ آند، شعاع دایره نیز تغییر می‌کند. ولتاژ را روی ۲۰۰ ولت قرار دهید.



شکل ۴

◀ بر روی وسیله‌ی آزمایشگاهی، دو عدد شاخص  $a$  و  $b$  مطابق شکل قرار دارند که می‌توانند بر روی ریلی حرکت کنند. این شاخص‌ها برای اندازه‌گیری قطر مسیر دایره‌ای شکل الکترون‌ها به کار برده می‌شوند. در پشت حباب نیز یک ریل دیگر قرار دارد که بر روی آن آینه تختی چسبانده شده است و می‌توان تصویر شاخص‌ها را در آن مشاهده کرد. برای سهولت مشاهده شاخص‌ها در آینه، دو عدد دید نورافشان (LED) بر روی آنها نصب شده است. برای روشن کردن دیدها، سیم مربوط به آنها را به ولتاژ ۶ ولتی (ترمینال‌های ۱ آمپری) ببندید.

۴. ابتدا هر دو ریل را طوری تنظیم کنید که هم به صورت افقی قرار گیرند و هم فاصله آنها از بالا و پایین حلقه‌های هلمهولتز برابر باشد. شاخص‌های  $a$  و  $b$  را نیز در بیشترین فاصله از یکدیگر قرار دهید. یک چشم خود را بسته و با چشم دیگر به طور عمودی به ناحیه محل آند مخروطی نگاه کنید. برای انجام این کار کافی است با به چپ و راست بردن سر خود، تصویر آند مخروطی را که در آینه پشت حباب مشاهده می‌کنید، بر خود آند منطبق کنید. سپس شاخص  $a$  را به آرامی به سمت راست جابه‌جا کنید تا لبه داخلی شاخص در آستانه پوشاندن نوک آند (محل خروج الکترون‌ها) قرار گیرد. (محل نشان داده شده با نقطه چین در شکل ۴)

### اندازه‌گیری نسبت بار به جرم الکترون

۵. حال شاخص  $b$  را در فاصله‌ی  $d$  از شاخص  $a$  قرار دهید (حدود  $10\text{ cm}$ ) به طوری که شاخص‌ها از دو طرف تقریباً متقارن باشند. فاصله‌ی شاخص‌ها را به کمک کولیس اندازه بگیرید و آن را یادداشت کنید. با تکرار این اندازه‌گیری، دو مقدار دیگر برای  $d$  اندازه گرفته و به کمک میانگین این سه مقدار  $\bar{d}$  را به دست آورید. مقدار  $\bar{d}$  را به همراه دقت اندازه‌گیری آن در جدول یادداشت کنید. آیا دقت اندازه‌گیری  $\bar{d}$  برابر با دقت کولیس است؟

۶. دیوهای نورافشان را روشن کرده و تصویر شاخص  $b$  را در آینه‌ی پشت حباب مشاهده کنید و با جابه‌جا کردن سر خود، شاخص و تصویر آن را بر هم منطبق کنید. حال بدون آنکه سر خود را جابه‌جا کنید، با تغییر دادن جریان پیچچه‌ها، قطر مسیر الکترون‌ها را دقیقاً برابر با فاصله‌ی بین دو لبه‌ی داخلی شاخص‌ها تنظیم کنید. می‌توانید دیوهای را خاموش کنید تا رد الکترون بهتر دیده شود. برای این کار بهتر است ابتدا جریان را کمی زیاد کنید (حداکثر ۲ آمپر) تا قطر مسیر الکترون از فاصله‌ی بین شاخص‌ها کمتر شود. سپس به آرامی جریان را کاهش دهید تا مسیر الکترون بر لبه‌ی داخلی شاخص سمت راست منطبق شود. در این وضعیت، فاصله‌ی بین لبه‌های داخلی شاخص‌ها  $d$  برابر با قطر مسیر حرکت الکترون خواهد بود. مقدار جریان به دست آمده را در جدول بنویسید.

۷. با تکرار مرحله‌ی (۶)، دو مقدار دیگر برای جریان به دست آورده و آنها را به همراه مقدار میانگینشان، در جدول بنویسید.

۸. به کمک رابطه (۵) و جدول (۱)، مقادیر  $B_0$  و  $B = \alpha B_0$  متناظر با  $\bar{I}$  را محاسبه کنید و در جدول (۲) بنویسید.

جدول ۲  $\alpha = \dots\dots\dots$   $d = (\dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots) \text{ cm}$

$U_A$ (v)	(A)				(mT)		$\times 10^{11}$ (A.s/kg)	
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$\bar{I}$	$B_0$	$B$	$e/m$	$\Delta(e/m)$
۲۰۰								
۲۲۰								
۲۴۰								
۲۶۰								
۲۸۰								
۳۰۰								

۹. با استفاده از رابطه‌ی (۳)، مقدار  $\frac{e}{m}$  و خطای آن را محاسبه و در جدول بنویسید.

۱۰. با تکرار مراحل (۶) تا (۹) برای ولتاژهای ۲۰۰ تا ۳۰۰ ولت، ردیف‌های دیگر جدول (۲) را پر کنید.

۱۱. مقدار میانگین  $\frac{e}{m}$  و انحراف از میانگین آن را محاسبه کرده و یادداشت کنید.

$(e/m) = (\dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots) \times 10^{11} \text{ A.s/kg}$

۱۲. هنگامی که شعاع  $r$  ثابت باشد، بنابر رابطه (۶)، نمودار  $U_A$  بر حسب  $\bar{I}^2$  باید خط مستقیمی با شیب  $(\alpha Kr)^2 \frac{e}{2m}$  باشد. این نمودار را رسم کنید و به کمک شیب آن، مقدار  $\frac{e}{m}$  را محاسبه و آن را با میانگین مقادیر به دست آمده در جدول مقایسه کنید.

۱۳. شاخص  $b$  را حدود ۱ سانتی متر جابه جا کنید و بندهای (۵) تا (۱۲) را تکرار کنید و در جدول (۳) بنویسید.

$$d = ( \dots \pm \dots ) \text{ cm} \quad \alpha = \dots \quad \text{جدول ۳}$$

$U_A$ (v)	(A)				(mT)		$\times 10^{11}$ (A.s/kg)	
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$\bar{I}$	$B_0$	$B$	$e/m$	$\Delta(e/m)$
۲۰۰								
۲۲۰								
۲۴۰								
۲۶۰								
۲۸۰								
۳۰۰								

$$\overline{(e/m)} = ( \dots \pm \dots ) \times 10^{11} \text{ A.s/kg}$$

### اندازه‌گیری سرعت الکترون

۱۴. ولتاژ منبع را روی  $U_A = ۲۵۰$  ولت قرار داده و آزمایش را برای مقادیر  $d = (۹, ۹/۵, ۱۰, ۱۰/۵, ۱۱)$  cm تکرار کنید. مقادیر مربوط را در جدول بنویسید.

۱۵. با استفاده از رابطه‌ی (۴)، سرعت الکترون  $v$  و خطای آن را برای هر ردیف از جدول (۴) محاسبه کرده و در ستون مربوط بنویسید.

$$U_A = ( \dots \pm \dots ) \text{ v} \quad \text{جدول ۴}$$

$\bar{r}$ (cm)	(A)				(mT)		$\times 10^6$ (m/s)	
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$\bar{I}$	$B_0$	$B$	$v$	$\Delta(v)$

$$\bar{v} = ( \dots \pm \dots ) \times 10^6 \text{ m/s}$$

۱۶. هنگامی که  $U_A$  ثابت باشد، بنابر رابطه (۶) نمودار  $ar$  بر حسب  $\frac{1}{I}$  باید خط مستقیمی با شیب  $\frac{2U_A}{Kv}$  باشد. به کمک شیب این نمودار، می‌توان سرعت الکترون  $v$  را محاسبه کرد. با رسم نمودار مربوط به مقادیر جدول (۴)، شیب آن را به دست آورده و سرعت الکترون  $v$  را محاسبه کنید و آن را با متوسط مقادیر جدول ۴ مقایسه کنید.

## خطاگیری

★ هنگام محاسبه مستقیم  $\frac{e}{m}$  با استفاده از رابطه (۶) خواهیم داشت:

$$\frac{e}{m} = \frac{\sqrt{2}U_A}{(\alpha K I r)^2} \Rightarrow \frac{\Delta(e/m)}{e/m} = \frac{\Delta U_A}{U_A} + 2 \left( \frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta r}{r} \right)$$

این رابطه بیانگر خطایی است که در هر اندازه‌گیری ممکن است رخ دهد (ستون آخر جدول ۲). با محاسبه مقدار میانگین  $\frac{e}{m}$  هر جدول و محاسبه انحراف از میانگین آنها، میزان پراکندگی نتایج به دست می‌آید که مطابق آنچه در قسمت خطاگیری اول دستورکار آمده است این مقدار باید کوچکتر یا در حدود خطای مجاز در هر اندازه‌گیری باشد. از سوی دیگر هنگام محاسبه  $\frac{e}{m}$  به کمک شیب خط، خواهیم داشت:

$$\frac{e}{m} = \frac{\sqrt{2}}{(\alpha K r)^2} \frac{\Delta U_A}{\Delta I^2} \Rightarrow \frac{\Delta(e/m)}{e/m} = \frac{\Delta(\delta U_A)}{\delta U_A} + \frac{\Delta(\delta I^2)}{\delta I^2} + 2 \left( \frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta r}{r} \right)$$

که در آنها جملات به شکل  $\frac{\Delta(\delta I^2)}{\delta I^2} = \frac{\Delta(I_2^2 - I_1^2)}{|I_2^2 - I_1^2|} = \frac{2(I_2 \Delta I_2 + I_1 \Delta I_1)}{|I_2^2 - I_1^2|}$  مربوط به خطای محاسبه شیب نمودار است. با محاسبه خطای نسبت بار به جرم الکترون در هر دو روش (مستقیم و رسم خط) و مقایسه‌ی مقادیر آنها، راجع به درستی و دقت آزمایش بحث کنید.

★ هنگام محاسبه مستقیم  $v$  با استفاده از رابطه (۶) خواهیم داشت:

$$v = \frac{\sqrt{2}U_A}{\alpha K I r} \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta U_A}{U_A} + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta r}{r}$$

که همان مقدار خطای نسبی اندازه‌گیری سرعت الکترون به این روش است. از سوی دیگر به کمک شیب خط، خواهیم داشت:

$$v = \frac{\sqrt{2}U_A}{K} \frac{\delta(1/I)}{\delta(\alpha r)} \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta U_A}{U_A} + \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta(\delta(1/I))}{\delta(1/I)} + \frac{\Delta(\delta(\alpha r))}{\delta(\alpha r)}$$

$$\frac{\Delta(\delta(\alpha r))}{\delta(\alpha r)} \approx \frac{2 \Delta r}{|r_2 - r_1|} \quad \text{و} \quad \frac{\Delta(\delta(1/I))}{\delta(1/I)} = \frac{\Delta \left( \frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \right)}{\left| \frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \right|} \approx \frac{\Delta I (I_1^2 + I_2^2)}{I_1 I_2 |I_2 - I_1|}$$

مربوط به خطای محاسبه شیب نمودار است. (برای سادگی، فرض شده است که  $\Delta I_1 = \Delta I_2$  و  $\Delta r_1 = \Delta r_2$  و علاوه  $\alpha_1 \approx \alpha_2$  و از خطای آنها نیز چشمپوشی شده است). با محاسبه خطای سرعت الکترون در هر دو روش (مستقیم و رسم خط) و مقایسه‌ی مقادیر آنها، راجع به درستی و دقت آزمایش بحث کنید.

## به این پرسشها پاسخ دهید

- ۱ - لامپ با کاتد مستقیم و لامپ با کاتد غیرمستقیم چه تفاوتی با هم دارند؟
- ۲ - منطبق بودن مرکز مسیر الکترون با محور پیچها چه تأثیری در دایره‌ای بودن مسیر حرکت الکترون‌ها دارد؟
- ۳ - چرا رد مسیر الکترون‌ها به رنگ بنفش دیده می‌شود؟
- ۴ - نشان دهید که اگر تغییر نسبی جریان نصف تغییر نسبی ولتاژ باشد یعنی:  $\frac{\Delta I}{I} = \frac{1}{2} \frac{\Delta U_A}{U_A}$  آنگاه شعاع دایره مسیر حرکت الکترون ثابت می‌ماند.





Millikan

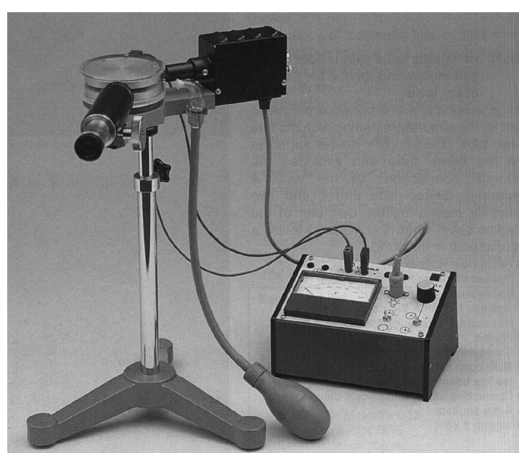
## تحقیق کوانتومی بودن بارالکتریکی

### و اندازه‌گیری بارالکتریکی الکترون

(آزمایش قطره روغن میلیکان)<sup>۱</sup>

#### زمینه نظری آزمایش

به یک قطره روغن کروی شکل به جرم  $m_{oil}$  و شعاع  $r$  دارای بار  $Q$  که تحت تأثیر یک میدان الکتریکی یکنواخت  $E$  درون یک سیال (در اینجا هوا) با سرعت  $\vec{v}$  در حال حرکت است نیروهای زیر وارد می‌شود:



شکل ۱

- نیروی وزن:  $m_{oil} \vec{g}$
- نیروی بالابر ارشمیدس:  $-m_{air} \vec{g}$  (وزن هوای جابه‌جا شده توسط قطره روغن)،
- نیروی مقاوم (خطی) استوکس<sup>۲</sup>:  $-6 \pi \eta r \vec{v}$  ( $\eta$  ضریب چسبندگی هوا است)،
- نیروی الکتریکی:  $Q \vec{E}$

اگر در غیاب میدان الکتریکی، قطره روغن با سرعت ثابت  $v_1$  سقوط کند (سرعت حد) می‌توان نوشت:

$$mg - 6 \pi \eta r v_1 = 0 \quad (1)$$

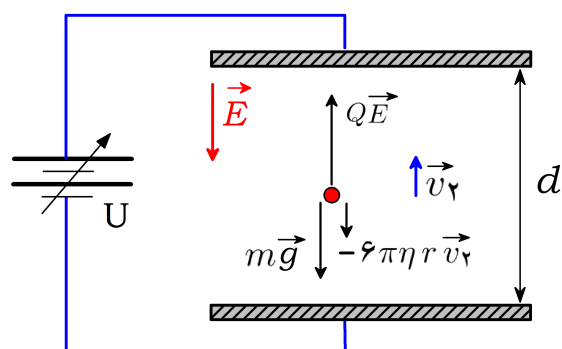
که در آن  $m = m_{oil} - m_{air}$  اختلاف جرم روغن و جرم هوای جابه‌جا شده است. با بازنویسی این معادله بر حسب چگالی:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g - 6 \pi \eta r v_1 = 0 \quad (2)$$

می‌توان شعاع قطره روغن را به دست آورد.

$$r = \sqrt{\frac{9 \eta v_1}{2 \rho g}} \quad (3)$$

در این معادله  $\rho = \rho_{oil} - \rho_{air}$  اختلاف چگالی روغن، هوا، و چگالی هوا،  $\rho_{air}$ ، است.



شکل ۲ - صعود قطره با بار منفی در میدان الکتریکی

با اعمال ولتاژ  $U$  به صفحات افقی یک خازن که به فاصله  $d$  از یکدیگر قرار دارند می‌توان میدان الکتریکی  $E = \frac{U}{d}$  (تقریباً) یکنواخت و در راستای قائم برقرار کرد.

<sup>1</sup> Robert Andrews Millikan (1868-1953) - Nobel Prize laureate 1923

جالب آن است که میلیکان جایزه نوبل خود را به دلیل اندازه‌گیری بسیار دقیق ثابت پلانک (در پدیده فوتوالکتریک) دریافت کرد و نه اندازه‌گیری بار الکترون!

<sup>2</sup> Stokes

• اگر به ازای ولتاژ  $U_1 = U_f$  قطره روغن در هوا معلق بماند (ولتاژ تعلیق<sup>۳</sup>)، می‌توان نوشت:

$$mg - Q \frac{U_f}{d} = 0 \quad (4)$$

• در صورتی که اگر به ازای ولتاژ  $U > U_f$  قطره روغن با سرعت ثابت  $v_2$  صعود کند، داریم:

$$mg + 6\pi\eta r v_2 - Q \frac{U}{d} = 0 \quad (5)$$

در این آزمایش با استفاده از دستگاه میلیکان، بار  $Q$  یک قطره روغن به دو روش اندازه‌گیری می‌شود:

۱. **روش تعادلی:** در روش تعادلی، قطره را با اعمال ولتاژ مناسبی به خازن ساکن نموده و پس از حذف ولتاژ سرعت سقوط قطره را اندازه می‌گیریم. با جایگزین کردن رابطه‌ی (۳) در معادله‌ی (۴) خواهیم داشت.

$$Q = \beta \frac{v_1^{3/2}}{U_f} \quad (6)$$

$$\text{که در آن } \beta = 9\pi d \sqrt{\frac{2\eta^3}{\rho g}}$$

۲. **روش دینامیکی:** در روش دینامیکی، سرعت حد  $v_1$  در غیاب میدان و سرعت حد  $v_2$  در ولتاژ  $U$  اندازه‌گیری می‌شوند. با جایگزین کردن رابطه (۳) در معادله‌ی (۵) خواهیم داشت.

$$Q = \beta \frac{(v_2 + v_1) \sqrt{v_1}}{U} \quad (7)$$

یا به کمک رابطه (۴) و (۵) و استفاده از (۳)، به طور معادل به دست می‌آوریم:

$$Q = \beta \frac{v_2 \sqrt{v_1}}{U - U_f} \quad (8)$$

### بارالکتریکی تصحیح شده ( $Q_c$ )

با اندازه‌گیری  $Q$  برای یک قطره‌ی معین ولی در فشارهای متفاوت دیده می‌شود که مقادیر متفاوتی به دست می‌آید. چگونگی این تغییرات برای قطره‌های با اندازه گوناگون متفاوت است. در واقع ضریب چسبندگی هوا برای قطره‌های کروی به فشار هوا و شعاع قطره وابسته است. در فشارهای بسیار کم و برای قطره‌ای کوچک (با قطر حدود دهم میکرومتر)، ضریب چسبندگی را می‌توان ثابت فرض کرد ولی در فشارهای معمولی و برای قطره‌های بزرگتر، باید این وابستگی به حساب آید و مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی  $Q$  را تصحیح کرد. اگر ضریب چسبندگی تصحیح شده، همان‌طور که میلیکان فرض کرد، مطابق رابطه  $\eta_c = \eta \left( \frac{rP}{b+rP} \right)$  به فشار هوا،  $P$ ، و شعاع قطره،  $r$ ، بستگی داشته باشد، مقدار تصحیح شده‌ی بار  $Q_c$ ، از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$Q_c = Q \sqrt{\left( \frac{rP}{b+rP} \right)^3} \quad (9)$$

مطابق رابطه (۹) داریم  $Q_c^{2/3} = Q_c^{2/3} \left( 1 + \frac{b}{rP} \right)$ ، در نتیجه برای تعیین  $b$  با اندازه‌گیری  $Q$  برای یک قطره‌ی معین ( $Q_c$  ثابت) و در فشارهای متفاوت می‌توان نمودار  $Y = Q_c^{2/3}$  را بر حسب  $X = \frac{1}{rP}$  رسم کرد.

$$Y = Y_0 (1 + bX)$$

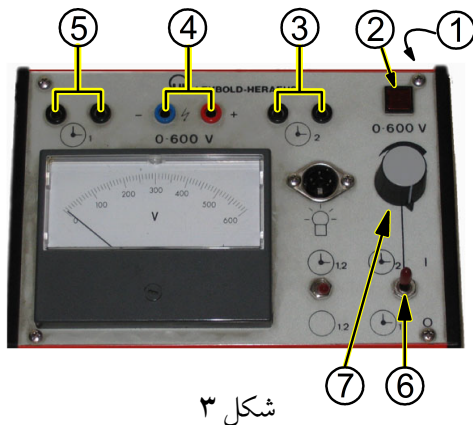
یعنی این نمودار خطی است با شیب،  $bY_0$ ، و عرض از مبدا،  $Y_0 = Q_c^{2/3}$ . در نتیجه با اندازه‌گیری شیب و عرض از مبدا این خط می‌توان مقدار  $b$  را تعیین کرد. در این آزمایش از مقدار تقریبی  $b = 6/33 \times 10^{-3} \text{ Pa.m}$  (که با انجام تعداد بسیار زیادی آزمایش به روش بیان شده به دست آمده است) استفاده می‌شود.

<sup>3</sup>floating voltage

## روش کار

- به کمک فشارسنج موجود در آزمایشگاه، فشار هوا را یادداشت کنید.  $P = \dots\dots\dots \text{ mm Hg} = \dots\dots\dots \text{ Pa}$
- با استفاده از  $d = 6/0 \times 10^{-3} \text{ m}$  و مقادیر داده شده در ابتدای دستورکار، مقدار  $\beta$  را محاسبه و با ذکر یکای آن یادداشت کنید: (به ارقام معنی دار دقت کنید)  $\beta = \dots\dots\dots$  ( )
- لامپ روشن کننده فضای بین صفحات و منبع تغذیه دستگاه میلیکان را با ولتاژ ۱۰ یا ۱۲ ولت روشن کنید. چشمی میکروسکوپ را طوری تنظیم کنید که درجه بندی آن کاملاً عمودی باشد. با چرخاندن چشمی می توان آن را کمی عقب یا جلو برد. با جلو و عقب بردن چشمی، آن را تنظیم کنید تا خطوط و نوشته های میکرومتر کاملاً واضح دیده شوند.
- با چرخاندن پیچ روی لوله میکروسکوپ، می توان دوربین را برای مشاهده ناحیه مورد نظر تنظیم کرد. این دوربین اجسام را وارونه نشان می دهد. بنابراین هنگامی که جسمی به سمت پایین در حرکت باشد درون دوربین، در حال حرکت به سمت بالا دیده می شود.
- درجه بندی درون دوربین از صفر تا ۱۰ قسمت بزرگ (Div) و با دقت ۰/۱ انجام شده است. بنابراین، اگر درشتنمایی دوربین  $M(\text{Div}/\text{mm})$  باشد، فاصله بین دو نقطه که در دوربین برابر با  $\Delta s$  تقسیم بندی بزرگ دیده می شود برابر با  $\Delta x = \frac{\Delta s (\text{Div})}{M (\text{Div}/\text{mm})}$  میلی متر خواهد بود. برای تعیین درشتنمایی این دوربین، نمونه ی خط کشی شده ای که در اختیار دارید را در بین صفحات خازن قرار دهید. جدایی بین خطوط نمونه را از مسؤل آزمایشگاه پرسیده و آن را یادداشت کنید. با تنظیم کردن دوربین، تصویر نمونه را واضح کرده و طول قطعه ای از نمونه  $\Delta x$  را با تقسیم بندی بزرگ دوربین  $\Delta s$  مقایسه کنید و درشتنمایی دوربین  $M$  را به دست آورید.  $M = \dots\dots\dots (\text{Div}/\text{mm})$

## اندازه گیری بار الکتریکی قطره روغن



شکل ۳

- ۱ - کلید روشن/خاموش کن
- ۲ - لامپ
- ۳ و ۵ - محل اتصال کرنومترهای الکتریکی
- ۴ - ولتاژ خروجی برای اتصال به صفحات خازن
- ۶ - کلید قطع و وصل ولتاژ
- ۷ - کلید تنظیم ولتاژ

۱. ولتاژ بین صفحات را روی ۲۰۰ ولت تنظیم کنید.

۲. با یک بار فشار دادن سریع بالون لاستیکی، قطرات روغن را بین صفحات اتاقک میلیکان پاشیده و با جابه جا کردن لوله ی میکروسکوپ به کمک پیچ مخصوص روی آن، قطرات روغن را کانونی کنید. این قطرات به شکل نقطه هایی نورانی دیده خواهند شد. مشاهده کنید که تعدادی از این قطرات به آرامی روبه بالا و تعدادی روبه پایین در حرکتند و بعضی از آنها نیز تقریباً ساکن هستند.

(اگر بیش از یک بار بالون لاستیکی را فشار دهید در فضای بین صفحات خازن، قطرات روغن زیادی شناور می شوند که به دلیل باردار بودن، باعث ایجاد خطا در انجام آزمایش می شوند. در چنین وضعیتی باید ولتاژ را قطع کرده و چند دقیقه صبر کنید تا تمام قطرات اضافی سقوط کنند.)

۳. با کم کردن ولتاژ صفحات، دیده می شود که قطرات همگی به سمت بالا حرکت می کنند (در واقع در حال سقوط هستند). با زیاد کردن ولتاژ، مشاهده کنید که جهت حرکت تعدادی از قطرات برعکس می شود. (بار این قطره ها مثبت است یا منفی؟ چه ارتباطی با جهت میدان الکتریکی بین صفحات خازن دارد؟)



۹. قبل از آن که قطره از میدان دید خارج شود (مثلاً هنگامی که قطره به حوالی عدد ۱ رسید)، ولتاژ را وصل کنید. پس از مدتی قطره ساکن شده و به سمت پایین به حرکت درمی‌آید (صعود می‌کند). مجدداً پس از آن که قطره به سرعت حد رسید (حدود عدد ۲)، با اندازه‌گیری زمان  $\Delta t_2$  که طول می‌کشد تا قطره تعداد  $\Delta s_2$  تای بزرگترین تقسیم بندی میکرومتر (مثلاً همان ۶ قسمت) را طی کند، سرعت حد صعود ذره  $v_2$  در حضور میدان را اندازه بگیرید. (اگر  $\Delta s < 5$  باشد، خطای آزمایش زیاد می‌شود)

۱۰. ولتاژ منبع را بخوانید ( $U$ ).

۱۱. با استفاده از روابط (۶) و (۷) و (۸) سه مقدار برای  $Q$  به دست آورید و مقدار متوسط آنها  $\bar{Q}$  را محاسبه کنید و در جدول بنویسید. با استفاده از  $\bar{Q}$  مقدار بار تصحیح شده  $Q_c$  را نیز محاسبه و با دو رقم معنی دار در جدول بنویسید.

۱۲. هر دانشجو مراحل ۱ تا ۱۱ را ۵ بار تکرار کند (در گروه‌های دو نفره، هر دانشجو ۷ بار آزمایش را تکرار کند تا در کل ۱۴ یا ۱۵ قطره بررسی شود) و نتایج را در جدول (۱) بنویسید.

### خطاگیری

★  $Q$  ی محاسبه شده در ستون‌های ۸ و ۹ و ۱۰ هر ردیف از جدول همگی مربوط به یک قطره هستند و باید یکسان باشند ولی به دلیل وجود خطا، مقادیر متفاوتی به دست می‌آید. با خطاگیری از روابط ۶ و ۷ و ۸ مقدار خطای نسبی مجاز شمرده شده  $\frac{\Delta Q_1}{Q_1}$  و  $\frac{\Delta Q_2}{Q_2}$  و  $\frac{\Delta Q_3}{Q_3}$  را محاسبه کنید. کدام روش خطای نسبی کمتری دارد؟ کدام روش یا روش‌ها قابلیت کاهش خطا را دارند؟

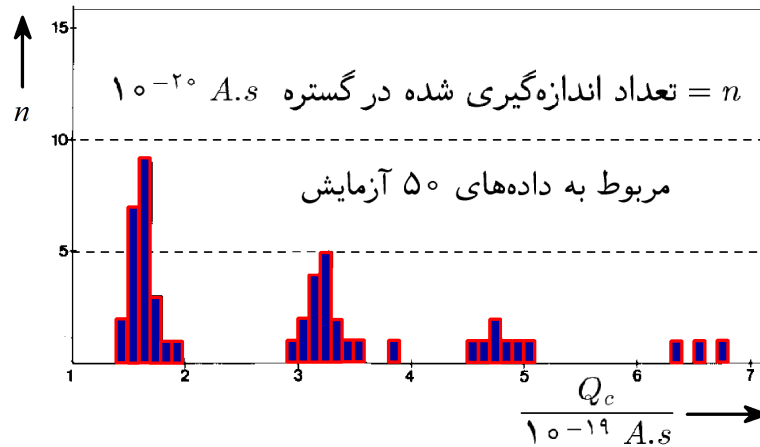
◁ دقت کنید:

از آنجا که خطای نسبی کمیت‌هایی که مقادیر تقریباً یکسانی دارند و با ابزار و روش یکسان اندازه‌گیری می‌شوند، تقریباً یکسان است. با ضرب کردن هر یک از مقادیر بار الکتریکی در خطای نسبی مربوطه، خطای مطلق آن به دست می‌آید بنابراین نیاز به محاسبه خطای نسبی جداگانه برای هر ردیف نیست.

★ برای هر ردیف از جدول، با استفاده از انحراف از میانگین می‌توان خطای  $\bar{Q}$  را نیز محاسبه کرد. این مقدار باید از بیشینه‌ی خطای مطلق هر یک از مقادیر، بیشتر نباشد. اگر خطای میانگین بزرگتر از دیگر خطاها شد، دلیل آن چه می‌تواند باشد؟ با استفاده از رابطه؟؟ و استفاده از بیشینه مقادیر خطای محاسبه شده در هر ردیف، خطای  $\Delta Q_c$  را هم به دست آورید و آن را با یک رقم معنی دار در جدول بنویسید.

### تحقیق کوانتومی بودن بار

برای تحقیق کوانتومی بودن بار نیاز به هزاران بار تکرار آزمایش است ولی در صورتی که آزمایش را با دقت انجام دهیم، با رسم نمودار توزیع فراوانی بار الکتریکی (تصحیح شده) اندازه‌گیری شده، می‌توان شکلی مانند شکل ۴ رسم کرد که بخوبی بیانگر آن است که توزیع فراوانی دارای قله‌هایی است که فاصله‌ی آنها از یکدیگر یکسان است. در صورتی که خطای سازماندهی در آزمایش وجود نداشته باشد (مثلاً مقدار  $d$  به طور دقیق مشخص شده باشد)، این فاصله بایستی همان بار الکترون باشد! نمودار توزیع فراوانی شکل ۴ با اندازه‌گیری بار الکتریکی ۵۰ قطره‌ی روغن، توسط شرکت سازنده‌ی دستگاه رسم شده است.



شکل ۴

برای رسم این نمودار، محور افقی را به بازه‌هایی با طول  $0/1$  تقسیم کرده‌اند.  $(0/1 - 0/2), (0/2 - 0/3), \dots$  حال تعداد بار الکتریکی تصحیح شده (با چشم‌پوشی از ضریب  $10^{-19}$  آن) را که در هر بازه‌ای قرار می‌گیرند،  $n$ ، شمرده و مستطیلی رسم می‌کنیم که عرض آن همان بازه‌ی مورد نظر و ارتفاع آن  $n$  باشد.

۱۳. مانند شکل ۴، نمودار «توزیع فراوانی» مربوط به بارهای تصحیح شده خودتان را رسم کنید. محور افقی را می‌توانید به بازه‌هایی با طول  $0/1$  یا  $0/2$  تقسیم کنید. از این نمودار چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

آیا به نظر شما محاسبه‌ی مقدار متوسط  $Q_c$  ها و مقایسه‌ی آن با بار الکترون کار درستی است؟

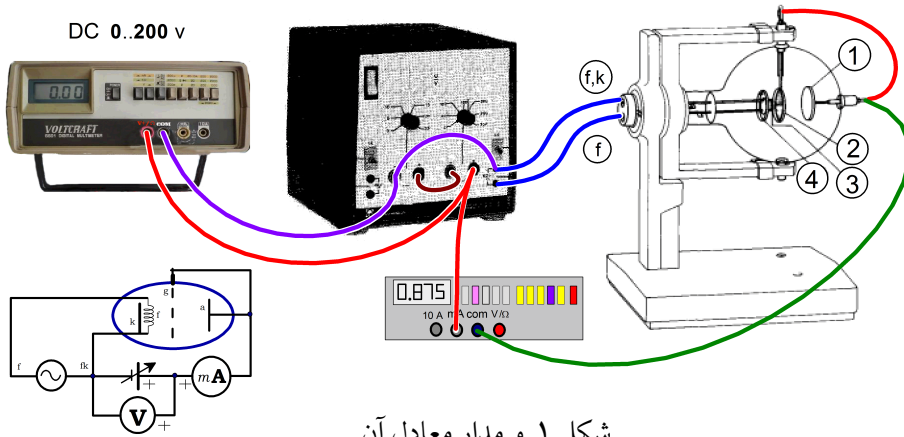
### به این پرسشها پاسخ دهید

- ۱ - میلیکان در آزمایش خود، قطره‌های روغن با بار منفی و مثبت مشاهده کرد. چرا علامت بار قطره‌های روغن یکسان نیست؟
- ۲ - دلیل استفاده از میکروسکوپ در این آزمایش چیست؟
- ۳ - هنگامی که در ولتاژی مانند  $U_3$ ، قطره روغنی با سرعت ثابت  $v_3$  سقوط کند، چه معادله‌هایی می‌توان برای آن نوشت؟ چگونه می‌توان فهمید که کدام معادله درست است؟
- ۴ - چگونه می‌توان فهمید که پس از چه مدت زمان یا پس از طی چه مسافتی قطره‌ها به سرعت حد می‌رسند؟
- ۵ - آیا مقادیر  $Q$  ستون‌های ۸ و ۹ و ۱۰ جدول که از روابط (۸) به دست می‌آیند یکسانند؟ توضیح دهید.

## اندازه‌گیری پتانسیل یونیزاسیون یک گاز

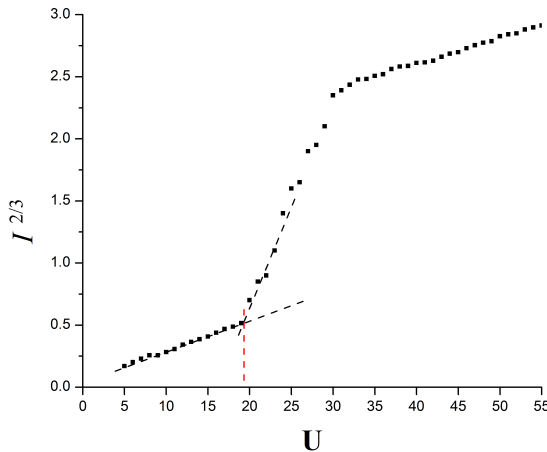
## زمینه نظری آزمایش

پتانسیل یونیزاسیون یک گاز را می‌توان با اندازه‌گیری جریان آند بر حسب ولتاژ آن در لامپی که از گاز مورد نظر پر شده است تعیین کرد.



شکل ۱ و مدار معادل آن

لامپی را که در شکل ۱ نشان داده شده است در نظر می‌گیریم. وقتی آند نسبت به کاتد مثبت باشد، الکترون‌ها طول لامپ را طی کرده به آند می‌رسند. این جریان به خاطر تمرکز بارهای منفی (فضای بار) در حوالی کاتد، محدود می‌شود. در این وضعیت در فضای بین آند و کاتد معادله‌ی پواسون (و نه لاپلاس) برقرار است.



شکل ۲

در واقع سد پتانسیل ایجاد شده توسط فضای بار، الکترون‌های کم انرژی را به عقب بر می‌گرداند و فقط آن دسته از الکترون‌هایی به آند می‌رسند که انرژی لازم برای گذشتن از سد پتانسیل فضای بار را داشته باشند. با حل معادله‌ی پواسون (و با فرض آن که مسئله یک بعدی باشد) نشان داده می‌شود که در ولتاژهای کم، توان دوم جریان محدود شده متناسب با توان سوم اختلاف پتانسیل است (قانون چایلد - لانگمور<sup>۱</sup>):

$$I^2 \propto U^3 \Rightarrow I \propto U^{3/2} \quad (1)$$

با افزایش اختلاف پتانسیل بین کاتد و آند، جریان آند تقریباً طبق رابطه‌ی (۱) افزایش می‌یابد ولی از یک مقدار معینی به بالا، افزایش جریان سریعتر صورت می‌گیرد. وقتی پتانسیل آند به این مقدار بحرانی می‌رسد، ناحیه‌ی گذار شروع می‌شود و الکترون‌هایی که به طرف آند می‌روند به اندازه کافی انرژی دارند که بتوانند اتم‌های گاز را یونیزه کنند.

با افزایش ولتاژ، از این ناحیه عبور کرده و به ناحیه‌ای می‌رسیم که ممکن است در آن ناحیه نسبت افزایش ولتاژ به افزایش جریان ثابت باشد ( $\Delta U = R \Delta I$ ). این همان قانون اهم است.

<sup>1</sup> Child - Langmuir

## روش کار

## الف) لامپ دو قطبی

۱. مدار شکل ۱ را ببندید. توجه کنید که همهی دستگاه‌ها در هنگام بستن مدار خاموش باشند.
  - ◀ برای گرم کردن فیلامان از قسمت ۶ ولت متناوب با قابلیت تولید جریان تا ۵ آمپر استفاده کنید.
  - ◀ متصل کردن قطب مثبت قسمت (۲۵ - ۰) ولتی به قطب منفی قسمت (۰ - ۳۰۰) ولتی برای آن است که بتوانید ولتاژها را به کمک هر دو قسمت بطور دقیق تنظیم کنید.
  - ◀ کاتد به یک طرف فیلامان بسته شده است. با دقت در لامپ می‌توان این موضوع را مشاهده کرد. ولتاژ منفی قسمت ۰ تا ۲۵ ولتی را به ترمینال مشترک بین کاتد و فیلامان ببندید.
  - ◀ ولتاژ مثبت قسمت ۰ تا ۳۰۰ را به ترمینال مثبت میلی آمپر متر برده و از ترمینال مشترک (COM) آن به آند ببندید.
  - ◀ ولت سنج را روی ۲۰۰ ولت مستقیم قرار دهید.
۲. رشته لامپ را روشن کنید و چند دقیقه صبر کنید تا رشته لامپ کاملاً داغ شود.
۳. ولتاژ آند را از ۵ ولت تا ۳۰ ولت به آرامی (هر مرتبه یک ولت) و پس از آن تا ۱۰۰ ولت (هر بار ۱۰ ولت) افزایش داده و به ازای هر مقدار از ولتاژ، جریان آند را یادداشت کنید.
۴. ولت سنج را روی ۱۰۰۰ ولت مستقیم قرار دهید. ولتاژ را به آرامی آنقدر افزایش دهید تا در اطراف کاتد، نور آبی/بنفش کم‌رنگی مشاهده شود (به اصطلاح افروخته می‌شود یا گر می‌گیرد). این ولتاژ را یادداشت کنید و ولتاژ آند را سریعاً به ۱۰۰ ولت کاهش دهید و ولت سنج را به ۲۰۰ ولت مستقیم برگردانید.
۵. حال ولتاژ آند را همان‌طور که افزایش دادید، کاهش دهید و مقادیر جریان را در ستون مربوط، یادداشت کنید.

I (mA)			I (mA)			I (mA)		
$U_A$ (v)	افزایش ولتاژ	کاهش ولتاژ	$U_A$ (v)	افزایش ولتاژ	کاهش ولتاژ	$U_A$ (v)	افزایش ولتاژ	کاهش ولتاژ
۰			۱۳			۲۶		
۱			۱۴			۲۷		
۲			۱۵			۲۸		
۳			۱۶			۲۹		
۴			۱۷			۳۰		
۵			۱۸			۴۰		
۶			۱۹			۵۰		
۷			۲۰			۶۰		
۸			۲۱			۷۰		
۹			۲۲			۸۰		
۱۰			۲۳			۹۰		
۱۱			۲۴			۱۰۰		
۱۲			۲۵			$U_{Ig}$		



۶. برای تعیین نواحی ذکر شده در زمینه نظری آزمایش، منحنی تغییرات جریان بر حسب ولتاژ آند را رسم کنید. نواحی چایلد و گذار و اهمی را مشخص کنید. می‌توانید از نرم‌افزار مناسبی مانند Origin استفاده کنید.

ناحیه چایلد:  $(U \leq \dots\dots\dots) \forall$  ناحیه گذار:  $(\dots\dots\dots \leq U \leq \dots\dots\dots) \forall$   
 ناحیه اهمی:  $(U \geq \dots\dots\dots) \forall$

تحقیق کنید که برای چه گستره‌ای از ولتاژ قانون چایلد و برای چه گستره‌ای، قانون اهم برقرار است.

۷. منحنی  $I^{2/3}$  (جریان) بر حسب ولتاژ مربوط به نواحی چایلد و گذار را روی کاغذ میلی‌متری رسم کنید.

• از نقاط مربوط به ناحیه چایلد، یک خط می‌توان عبور داد. آن را رسم کنید.

• نقاط مربوط به ناحیه گذار یک منحنی را تداعی می‌کنند. آن منحنی را به صورت نقطه چین رسم کرده و سپس خطی که در ابتدای ناحیه گذار بر منحنی مماس می‌شود را رسم کنید.

• دو خط رسم شده، همدیگر را در نقطه‌ای قطع می‌کنند که تقریباً همان پتانسیل یونیزاسیون گاز درون لامپ است. آن را به دست آورید. (این پتانسیل باید تقریباً برابر با مقداری باشد که ناحیه گذار شروع می‌شود.)

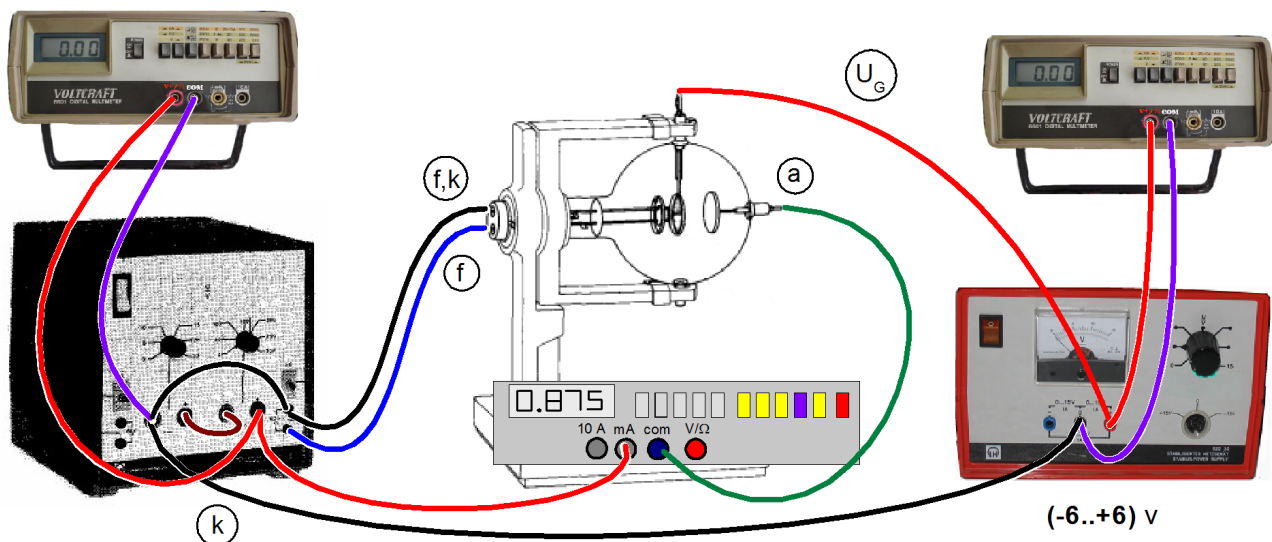
۸. با رسم مماس‌های با کمترین و بیشترین شیبی که می‌توان در ناحیه گذار رسم کرد و یافتن محل تلاقی آنها با خط مماس مربوط به ناحیه چایلد، دو مقدار دیگر برای پتانسیل یونیزاسیون به دست آورده و خطای پتانسیل یونیزاسیون را به دست آورید. با توجه به مقادیر به دست آمده، نوع گاز درون لامپ را تعیین کنید.

۹. در صورت در دسترس بودن لامپ دیگر، آزمایش را تکرار کنید.

۱۰. با تعویض اتصالات آند و کاتد، ولتاژ آند نسبت به کاتد را منفی کنید. برای ولتاژهای  $-۵, -۱۰, -۲۰, -۳۰$  ولتاژهای  $U_A =$  ولت، نتایج خود را یادداشت کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

### (ب) لامپ سه قطبی

در آزمایش قبل، لامپ به صورت یک لامپ دوقطبی عمل می‌کرد (آند و توری را به هم متصل کرده بودیم و پتانسیل توری همواره برابر با پتانسیل آند بود). حال به کمک یک منبع تغذیه دیگر مطابق مدار شکل (۳)، بین اتصال فیلامان- کاتد و توری (گیت) اختلاف پتانسیلی ایجاد کنید.



شکل ۳

۱۱. اتصال فیلامان- کاتد را به صفر منبع دوم وصل کنید و ولتاژ توری (گیت) نسبت به کاتد را برابر  $+6$  ولت اختیار کنید. با افزایش ولتاژ آند از صفر تا  $30$  ولت، جریان آند را اندازه گرفته و در جدول ثبت کنید.

۱۲. با تغییر ولتاژ گیت، جدول زیر را پر کنید. (برای مقادیر منفی، کافی است سیم  $U_G$  را به منفی منبع وصل کنید)

$U_A$ (v)	$I$ (mA)						
	$U_G = -6$ (v)	$U_G = -4$ (v)	$U_G = -2$ (v)	$U_G = 0$ (v)	$U_G = 2$ (v)	$U_G = 4$ (v)	$U_G = 6$ (v)
0							
2							
4							
6							
8							
10							
12							
14							
16							
18							
20							
22							
24							
26							
28							
30							

۱۳. منحنی‌های جریان بر حسب ولتاژ آند در ولتاژهای متفاوت  $U_G$  را روی یک کاغذ میلی متری رسم کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

### به این پرسشها پاسخ دهید

- ۱ - چرا در در ناحیه‌ی گذار شکل (۲)، با افزایش ولتاژ، جریان سریع‌تر از نواحی دیگر افزایش می‌یابد؟
- ۲ - توضیح دهید که در ولتاژهای  $U \geq U_{ignition}$  چه رخ می‌دهد.
- ۳ - چگونه می‌توان از لامپ دوقطبی برای یکسوسازی ولتاژ استفاده کرد؟
- ۴ - چگونه می‌توان از لامپ سه قطبی برای تقویت سیگنال استفاده کرد؟
- ۵ - مدار معادل شکل (۳) را رسم کنید.



Stefan



Boltzman

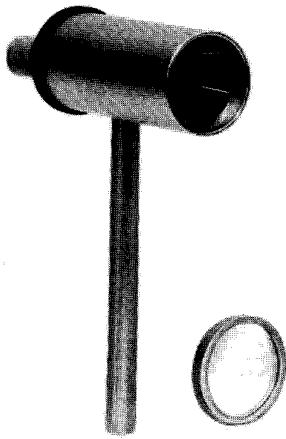
## تابش جسم سیاه و اندازه‌گیری ثابت استفان - بولتزمن

### زمینه نظری آزمایش

طبق قانون استفان - بولتزمن<sup>۱</sup> انرژی گسیل شده در واحد زمان از واحد سطح،  $J$ ، یک جسم سیاه با توان چهارم دمای مطلق آن متناسب است:

$$J = \sigma T^4 \quad (1)$$

که در آن  $\sigma$  ثابت استفان نام دارد. در این آزمایش یک استوانه سیاه شده که درون یک کوره الکتریکی تا دمای  $T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273/16$  گرم می‌شود به عنوان جسم سیاه مورد استفاده قرار می‌گیرد. تابش گسیل یافته توسط یک ترموپیل (شکل ۱) آشکار و اندازه‌گیری می‌شود. ترموپیل مجموعه‌ای از ترموکوپل‌هاست که به طور سری به هم بسته شده‌اند.



شکل ۱ - ترموپیل

بین کوره و ترموپیل یک دیافراگم (کلکتور) قرار دارد که میدان دید ترموپیل را نسبت به سطح تابش استوانه محدود ساخته و همچنین مانع تابش‌های دیگر (دیوارهای کوره) می‌شود. به همین دلیل باید با عبور دادن آب از درون دیافراگم، آن را در دمای ثابتی (دمای اتاق  $\theta_R$ ) نگه داشت.

اگر شعاع کلکتور  $R_c$  باشد، کل توان گسیل شده از چشمه،  $J (\pi R_c^2)$ ، در زاویه‌ی فضایی  $2\pi$  استرادیان توزیع می‌شود. چگالی این توان در فاصله‌ی  $r$  از آن برابر با  $j = \frac{(\pi R_c^2) J}{4\pi r^2}$  است. بدین‌سان اگر ترموپیل با شعاع  $R_{th}$  را در این فاصله از چشمه قرار دهیم، مقدار انرژی که در واحد زمان وارد آن خواهد شد برابر خواهد بود با:

$$W = j (\pi R_{th}^2) = \frac{(\pi R_{th}^2) (\pi R_c^2) J}{4\pi r^2} = \frac{\pi}{4} \left( \frac{R_c \cdot R_{th}}{r} \right)^2 \sigma T^4 \quad (2)$$

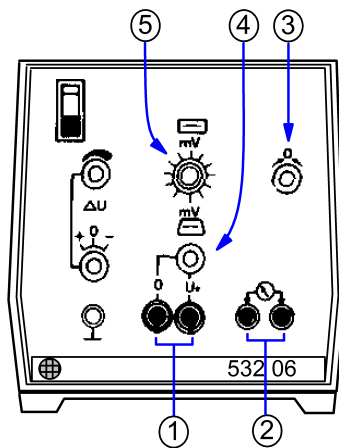
اگر دمای مرجع ترموپیل صفر باشد، ولتاژ خروجی آن،  $U_{th}$ ، با انرژی تابش دریافتی در واحد زمان،  $W$ ، متناسب خواهد بود. بدین‌سان اگر ضریب تبدیل توان دریافتی به ولتاژ ترموپیل  $\eta$  باشد، با اندازه‌گیری ولتاژ خروجی ترموپیل،  $U_{th}$ ، می‌توان توان  $W$  دریافت شده توسط ترموپیل را از رابطه‌ی  $U_{th} = \eta W$  محاسبه کرد البته چون ترموپیل در دمای اتاق  $\neq 0$   $T_R(K) = \theta_R(^{\circ}C) + 273/16$  قرار دارد، ولتاژ خروجی آن به مقدار کمی (و تقریباً ثابت) کوچکتر خواهند بود بعلاوه چون  $U_{th}$  در اندازه‌گیری تابش جسم سیاه عدد کوچکی است، آن را تقویت کرده و سپس اندازه می‌گیریم:  $U = \alpha U_{th}$ . در نتیجه خواهیم داشت:

$$U = \alpha \eta \frac{\pi}{4} \left( \frac{R_c \cdot R_{th}}{r} \right)^2 \sigma T^4 - U_0 = \beta \sigma \frac{T^4}{r^2} - U_0 \quad (3)$$

که در آن  $\beta = \frac{\pi}{4} \alpha \eta R_c^2 R_{th}^2$ . بدین‌سان نموداری که از رسم  $U$  بر حسب  $T^4$  ( $r$  ثابت) یا  $U$  بر حسب  $\frac{1}{r^2}$  (دمای ثابت) به دست می‌آید، خط مستقیمی خواهد بود که با اندازه‌گیری شیب آن می‌توان  $\sigma$  را به دست آورد.

<sup>0</sup> Jozef Stefan (1835-1893) - Ludwig Boltzmann (1844-1906)

## روش کار



شکل ۳ - تقویت کننده

- ۱ - ترمینال‌های ورودی
- ۲ - ترمینال‌های خروجی
- ۳ - پیچ تنظیم صفر
- ۴ - قطع و وصل کننده ورودی
- ۵ - دکمه انتخاب ضریب تقویت

## الف) تعیین ضریب افزایش تقویت کننده

۱. ابتدا صفر تقویت کننده را تنظیم کنید. برای این کار:

- ◀ ولت متر را به ترمینال‌های خروجی تقویت کننده وصل کنید
- ◀ تقویت کننده را روشن کرده و دکمه (۵) را روی  $1\text{ mV}$  بگذارید.
- ◀ با چرخاندن کلید (۴) به طرف چپ، ورودی‌های دستگاه از داخل به هم وصل می‌شوند و ولتاژ خارجی هیچ تاثیری بر تقویت کننده نخواهد داشت. در این حال، خروجی تقویت کننده باید صفر باشد. در صورتی که ولت سنسج عددی مخالف صفر را نشان دهد، با چرخاندن پیچ تنظیم صفر، آن را صفر کنید. حال دکمه (۴) را باز کنید تا ولتاژ متصل به ورودی، تقویت شده و در خروجی آن ظاهر شود.

◀ چراغ قوه یا لامپ مطالعه‌ای را در فاصله حدود سی سانتیمتری و روبه‌روی ترموپیل روشن کنید. خروجی ترموپیل را به ورودی تقویت کننده داده و به کمک ولت سنسج ولتاژ خروجی تقویت کننده،  $U$ ، را اندازه بگیرید. بررسی کنید که با جابه جا کردن دو اتصال ترموپیل به تقویت کننده مقداری که ولت سنسج نشان می‌دهد (صرفنظر از علامت آن) یکسان باقی می‌ماند یا خیر. در صورتی که مقادیر متفاوتی مشاهده کردید با تنظیم دقیق تر دکمه (۴) بایاس تقویت کننده را صفر کنید. اکنون تقویت کننده آماده استفاده است.

۲. خروجی ترموپیل،  $U_{th}$ ، را مستقیماً به ولت سنسج وصل کنید و ولتاژ آن را اندازه بگیرید. با تنظیم فاصله و جهت تابش چشمه نورانی، این ولتاژ را برابر با ۲ میلی ولت تنظیم کنید. سپس خروجی ترموپیل را به ورودی تقویت کننده داده و به کمک ولت سنسج ولتاژ خروجی تقویت کننده،  $U$ ، را اندازه بگیرید. مقادیر خوانده شده را در جدول بنویسید.

۳. با تغییر دادن وضعیت نسبی لامپ و ترموپیل (زیادتر کردن فاصله یا تغییر زاویه تابش)، مرحله قبل را ۹ بار دیگر تکرار کنید. بهتر است تغییرات را به گونه‌ای انجام دهید که  $U_{th}$  به طور تقریباً یکنواخت تا نزدیکی صفر کاهش یابد.

جدول ۱

$U_{th} (mV)$									
$U (mV)$									

۴. با رسم منحنی  $U$  بر حسب  $U_{th}$  و اندازه‌گیری شیب آن، ضریب افزایش  $\alpha$  را به دست آورید.

$$\alpha = (\dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots)$$



۸. با توجه به حساسیت ترموپیل آزمایشگاه  $\frac{mV}{mWatt} \approx 0.16$  و  $\eta \approx 0.16$  و مقادیر  $R_{th} = 1/50 \text{ cm}$  و  $R_c = 1/50 \text{ cm}$  مقدار عددی  $\beta$  مربوط به آزمایش رامحاسبه کنید. (واحد آن چیست؟)

۹. طبق رابطه‌ی ۳، منحنی  $U$  برحسب  $T^4$  باید خط راستی با شیب  $\frac{\sigma\beta}{r^2}$  باشد. داده‌های مربوط به جدول‌های (۲) و (۵) که مربوط به فاصله ثابت هستند را با دو رنگ متفاوت در یک کاغذ میلی متری وارد کنید. مبداء و مقیاس مناسبی انتخاب کنید به طوری که تقریباً از تمامی مساحت کاغذ میلی متری استفاده شود. بهترین خط مربوط به تمامی نقاط را رسم کنید و با اندازه‌گیری شیب خط رسم شده، مقدار  $\sigma$  و خطای آن را به دست آورید و با مقدار واقعی آن مقایسه کنید.

◀ اگر نقاط با رنگ‌های متفاوت لابلای یکدیگر توزیع شده باشند، اختلاف ناشی از خطای آماری آزمایش است. اگر نقاط با رنگهای متفاوت بطور چشمگیری از هم جدا شده باشند، چه مسئله‌ای ممکن است رخ داده باشد؟

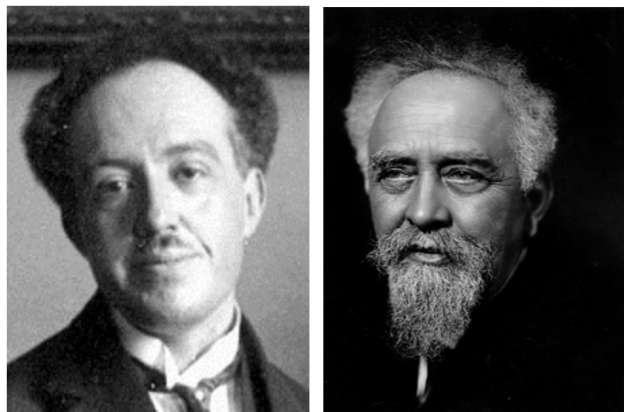
۱۰. طبق رابطه‌ی ۳، منحنی  $U$  برحسب  $\frac{1}{r^2}$  نیز باید خط راستی با شیب  $\sigma\beta T^4$  باشد. داده‌های مربوط به جدول‌های (۳) و (۴) که مربوط به دمای ثابت هستند را با دو رنگ متفاوت در یک کاغذ میلی متری وارد کنید. مبداء و مقیاس مناسبی انتخاب کنید به طوری که تقریباً از تمامی مساحت کاغذ میلی متری استفاده شود. بهترین خط مربوط به تمامی نقاط را رسم کنید و با اندازه‌گیری شیب خط رسم شده، مقدار  $\sigma$  و خطای آن را به دست آورید و با مقدار واقعی آن مقایسه کنید.

◀ اگر نقاط با رنگ‌های متفاوت لابلای یکدیگر توزیع شده باشند، اختلاف ناشی از خطای آماری آزمایش است. اگر نقاط با رنگهای متفاوت بطور چشمگیری از هم جدا شده باشند، چه مسئله‌ای ممکن است رخ داده باشد؟

۱۱. با توجه به مقادیر به دست آمده برای  $\sigma$  و خطای آزمایش و مقایسه آنها با مقدار واقعی، راجع به درستی آزمایش و دقت دو روش بحث کنید

### به این پرسشها پاسخ دهید

- ۱ - چرا در اندازه‌گیری  $r$  از دهانه ترموپیل تا کلکتور را اندازه گرفتید؟
- ۲ - اهمیت ضریب  $\sigma$  چیست و چگونه به کمک آن می‌توان دمای ستارگان را اندازه‌گیری کرد؟
- ۳ - توان تابشی یک جسم، مقدار انرژی (گرما) گسیل شده از آن جسم در واحد زمان است. بر طبق اندازه‌گیری خود، توان تابشی جسم سیاه مورد مطالعه در  $300^\circ C$  چقدر است؟
- ۴ - اگر تمام گرمای گسیل شده که در سؤال ۳ محاسبه کردید به یک لیتر آب داده شود، پس از چه مدت دمای آب  $1^\circ C$  بالا خواهد رفت؟



de Broglie

Perrin

## بررسی طبیعت پرتو کاتدی

(بررسی رابطه دو بروی و

اندازه‌گیری نسبت بار به جرم الکترون)

### زمینه نظری آزمایش

### خاصیت ذره‌ای الکترون

لامپ پیرین<sup>۱</sup> یک لامپ الکترونی با کاتد گرمایونی است. پرتوی کاتدی پس از گسیل از کاتد و عبور از درون آند استوانه‌ای از آن خارج می‌شود. این لامپ دارای یک قفس فارادی است که به لامپ متصل است و از آن برای بررسی طبیعت مادی الکترون‌ها و بار منفی آنها (که توسط تامسون<sup>۲</sup> کشف شد) استفاده می‌شود.

الکترون‌ها با جرم  $m$  و بار  $e$  توسط ولتاژ آند  $U_A$  شتاب می‌گیرند و با انرژی جنبشی  $\frac{1}{2}mv^2 = eU_A$  به فضایی وارد می‌شوند که در آنجا یک میدان مغناطیسی  $B$  عمود بر جهت حرکت الکترون‌ها وجود دارد. در این میدان مغناطیسی، الکترون‌ها در یک مسیر (تقریباً) دایره‌ای به شعاع  $r = \frac{mv}{eB}$  منحرف می‌شوند. با حذف کردن سرعت از این دو معادله خواهیم داشت:

$$U_A = \frac{e}{2m} (Br)^2 \quad (1)$$

میدان مغناطیسی که اثر عبور جریان  $I$  از درون پیچ‌های هلمهولتز ایجاد شده است، (در غیاب مواد فرومغناطیس) با جریان در حال عبور از پیچ‌ها متناسب است ( $B = KI$ ) و معادله (۱) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

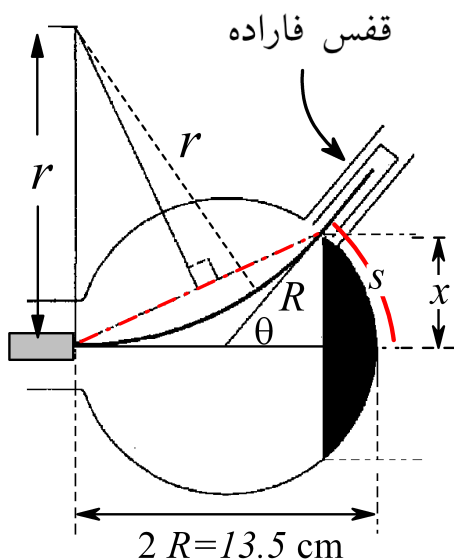
$$U_A = \frac{e}{m} (KIr)^2 \quad (2)$$

که در آن ثابت  $K$  به هندسه حلقه‌های هلمهولتز و مسیر الکترون وابسته است. با تغییر دادن ولتاژ آند و جریان تولید کننده میدان مغناطیسی می‌توان شعاع مسیر حرکت الکترون را تغییر داد. در لامپ پیرین، با تنظیم مناسب شعاع مسیر الکترون‌ها، می‌توان پرتو کاتدی را دقیقاً وارد قفس فارادی کرد.

در این وضعیت  $K = 3/00 \times 10^{-3} \text{ T/A}$  است.

با توجه به هندسه‌ی لامپ می‌توان نشان داد که (با فرض یکنواخت بودن میدان مغناطیسی) مسیر حرکت الکترون‌ها دایره‌ای است که شعاع آن از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

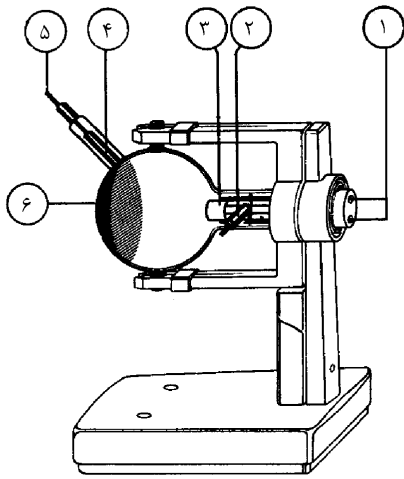
$$r = \frac{x^2 + (R + \sqrt{R^2 - x^2})^2}{2x} = R \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3)$$



شکل ۱ - هندسه لامپ پیرین

<sup>1</sup> Jean Baptiste Perrin (1870-1942) - Nobel Prize laureate 1926

<sup>2</sup> J. J. Thomson



شکل ۲ - پایه و لامپ پیرین

- |                                  |
|----------------------------------|
| ۱ - فیلامان و کاتد               |
| ۲ - آند استوانه‌ای               |
| ۳ - مجموعه تفنگ الکترونی         |
| ۴ - قفس فاراده                   |
| ۵ - اتصال فلزی انتهای قفس فاراده |
| ۶ - صفحه‌ی فلورسنت               |

با وصل کردن یک الکتروسکوپ به قفس فاراده، الکترون‌هایی که وارد قفس می‌شوند را می‌توان به الکتروسکوپ منتقل کرد.

• اگر الکتروسکوپ در آغاز بدون بار الکتریکی باشد، در اثر ورود الکترون‌ها، باردار شده و بازوی حساس آن باز شده و مشخص می‌شود که بار الکتریکی وارد الکتروسکوپ شده است.

• از سوی دیگر، اگر الکتروسکوپ در آغاز دارای بار مثبت باشد و در اثر ورود الکترون‌ها بازوی آن بتدریج بسته شود، نتیجه می‌گیریم که بار الکترون منفی بوده ولی اگر بازوی الکتروسکوپ بیشتر باز شود نتیجه می‌شود که بار الکترون مثبت بوده است.

روش دیگر آشکار کردن الکترون‌ها استفاده از پدیده‌ی فلورسانسی و فسفرسانی است که در اثر تابیدن الکترون به مواد و تبادل انرژی، ماده‌ای که انرژی دریافت کرده است می‌تواند آن انرژی را بلافاصله و یا با کمی تأخیر زمانی به صورت انرژی تابشی گسیل کند. انتهای لامپ پیرین با لایه فلورسانتی پوشانده شده است. بنابراین می‌توان محل برخورد الکترون با انتهای لامپ را به صورت لکه سبز رنگی مشاهده کرد و با اندازه‌گیری مقادیر  $s$  شعاع مسیر حرکت الکترون را برای مقادیر گوناگون  $U_A$  و  $I$  به دست آورد و با رسم نمودار مناسب، نسبت بار به جرم الکترون را به دست آورد.

### خاصیت موجی الکترون

در بحث قبل الکترون به صورت ذره‌ی باردار تجسم شد که می‌تواند در میدان مغناطیسی منحرف شود، به نقطه‌ای برخورد کند و از خود ردی برجای بگذارد، اما همین الکترون از خود آثار دیگری (مانند پراش) نیز به نمایش می‌گذارد که ویژگی امواج است و در شرایط مناسب می‌تواند مشاهده شود.

به پرتوهای الکترومغناطیس با بسامد  $\nu$  و طول موج  $\lambda$ ، ذراتی (فوتون) با انرژی  $E = h\nu$  و تکانه  $p = \frac{h}{\lambda}$  نسبت داده می‌شود (آزمایش پدیده فوتوالکتریک را مشاهده کنید). دوبروی<sup>۳</sup> با فرض بسیار متهورانه‌ای در پایان نامه دکترای خود به ذرات مادی متحرک با تکانه  $p = mv$ ، یک موج<sup>۴</sup> نسبت داد. طول موج وابسته به یک ذره با تکانه  $p$  طبق رابطه‌ی دوبروی چنین است:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (۴)$$

برای ذرات معمولی این طول موج بقدری کوچک است که قابل آشکارسازی نیست. در سال ۱۹۲۷ دو دانشمند به نام‌های دیویسون و جرمر با برپایی آزمایش پراش الکترون از یک بلور، درستی فرض دوبروی را نشان دادند و دو سال بعد از آن جایزه نوبل به دوبروی داده شد.

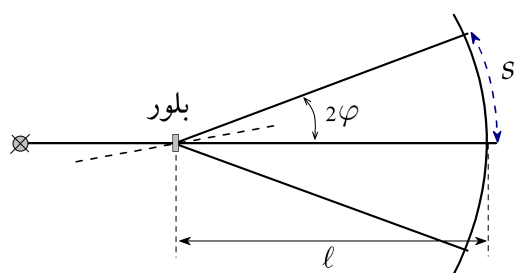
در آزمایش ما، انرژی جنبشی الکترون‌ها هنگام خروج از آند برابر است با  $eU_A \approx \frac{p^2}{2m}$ . در نتیجه طبق فرض دوبروی، طول موج وابسته‌ی آنها برابر است با:

$$\lambda \approx \frac{h}{\sqrt{2meU_A}} \quad (۵)$$

<sup>3</sup> Louis de Broglie (1870-1942) - Nobel Prize laureate 1929

<sup>۴</sup> معلوم نیست جنس این موج چیست ولی مجذور دامنه آن در هر نقطه از فضا، متناسب با چگالی احتمال یافتن الکترون در آن ناحیه از فضا است.





شکل ۳

اگر در انتهای خروجی آند لامپ کاتدی، یک تکه بلور نازک قرار داشته باشد، آنگاه الکترون‌ها هنگام عبور از درون آن بلور می‌توانند پراشیده شوند. بیشینه‌ی پراش تحت زوایایی رخ می‌دهد که در قانون براگ صدق کنند:

$$2d \sin \varphi = N\lambda, \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

که در آن  $d$  فاصله‌ی صفحات بلوری پراش‌دهنده،  $\varphi$  زاویه‌ی راستای ذرات فرودی نسبت به آن صفحات و  $N$  مرتبه پراش است.

برای الکترون‌های خروجی از آند (تک طول موج)، مناسب تر آن است که به جای تک‌بلور، از بس بلور استفاده شود (مشابه برپایی دِباي-شیرر در پراش پرتو X). در این صورت به جای نقطه‌های مربوط به پراش با مرتبه‌های متفاوت از تک‌بلور، حلقه‌های هم مرکزی مربوط به پراش مرتبه نخست از صفحات براگ گوناگون مشاهده خواهد شد و رابطه‌ی (۶) را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد:

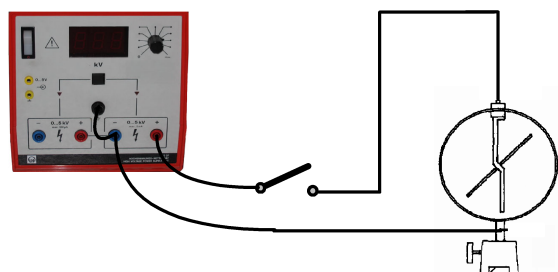
$$\sin \varphi = \frac{h}{d\sqrt{\lambda me U_A}} \quad (7)$$

در لامپ موجود در آزمایشگاه، از بس بلور گرافیت استفاده شده است که دو دسته صفحه پراش دهنده دارد و در نتیجه دو حلقه به دور لکه مرکزی مشاهده خواهد شد.

### روش کار

بازوی متحرک الکتروسکوپ بسیار حساس است. دقت کنید که به آن ضربه‌ای وارد نشود.

### الف) کار با الکتروسکوپ



شکل ۴

۱. مطابق شکل روبه‌رو، منبع ولتاژ بالا را به الکتروسکوپ وصل کنید. ولتاژ منفی را به زمین منبع وصل کنید. ولتاژ منفی را به پایه الکتروسکوپ (بدنه) نیز وصل کنید و ولتاژ مثبت را به کلید وصل کرده و سر دیگر کلید را به سر الکتروسکوپ ببندید. دقت کنید که جداره سیم متصل به سر الکتروسکوپ با جداره سیم منفی یا سطح میز تماس نداشته باشد.

۲. منبع ولتاژ بالا را روشن کرده و آن را روی ۳ کیلوولت تنظیم کنید. حال کلید را ببندید. با این کار به الکتروسکوپ بار مثبت می‌دهید و تیغه‌ی الکتروسکوپ باز خواهد شد. با تغییر وضعیت کلید، ولتاژ بالا را از الکتروسکوپ قطع کنید. آیا تیغه‌های الکتروسکوپ باز خواهند ماند؟

۳. کلید را قطع کنید. سیم منفی (زمین) را از بدنه الکتروسکوپ جدا کنید و یک دور به دور سیم متصل به سر الکتروسکوپ پیچانده و پس از آن مجدداً به بدنه الکتروسکوپ وصل کنید و سپس آزمایش را تکرار کنید. چه رخ می‌دهد؟ سیم منفی را دو دور به دور سیم متصل به سر الکتروسکوپ بپیچانید. چه تغییری در نتیجه آزمایش مشاهده می‌کنید؟

۴. مجدداً وضعیتی به وجود آورید که با وصل کردن کلید و سپس قطع کردن آن، الکتروسکوپ باردار شود ولی خودبه‌خود تخلیه نشود. با تغییر وضعیت کلید، الکتروسکوپ را باردار کنید و سپس ولتاژ بالا را از الکتروسکوپ قطع کنید. حال با دستانتان پوشش عایق سیم متصل به سر الکتروسکوپ را لمس کنید. چه رخ می‌دهد؟ دلیل این موضوع چیست؟

- نکات ایمنی:
- ۱ : به دلیل استفاده از ولتاژ زیاد (تا ۵ کیلوولت) از سیم‌های رابط و اتصالات مناسب استفاده کنید.
  - ۲ : ولتاژ رشته لامپ را بالاتر از ۶ ولت نبرید و هنگامی که لامپ روشن است آن را نکان ندهید.
  - ۳ : از وارد آمدن هر گونه ضربه و فشار به لامپ و اتصالات آن خودداری کنید.

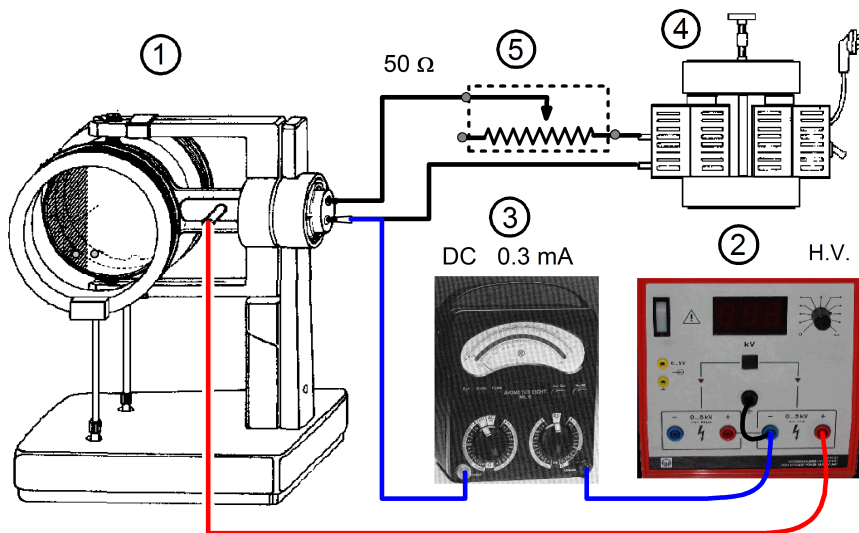
### آماده‌سازی دستگاه

لامپ مورد استفاده در آزمایش مانند لامپ پرین دارای لایه فلورسانت است ولی قفس فاراده ندارد.

- فاصله‌ی  $2R$  (مطابق شکل ۱) را به کمک میکروسکوپ متحرک یا کولیس اندازه بگیرید.

$$R = ( \dots \pm \dots ) \text{ cm}$$

مقدار اندازه‌گیری شده خود را با آنچه در شکل (۱) نشان داده شده است، مقایسه کنید. (در محاسبات، از مقدار داده شده  $R$  استفاده کنید)



- مدار را مطابق شکل ۵ ببندید.

- ۱ - لامپ و پایه
- ۲ - منبع ولتاژ بالا
- ۳ - میلی‌آمپرسنج
- ۴ - مبدل کاهنده‌ی ۶ ولتی
- ۵ - رئوستا (حدود ۵۰ اهمی)

شکل ۵

- ◀ برای گرم کردن فیلامان از مبدل کاهنده ۶ ولتی استفاده می‌شود. یک سر مبدل به یک سر فیلامان بسته می‌شود. سر دیگر مبدل به یکی از سرهای ثابت رئوستا (که معمولاً به رنگ سیاه است) بسته شده و سر متحرک رئوستا (که معمولاً به رنگ قرمز است) به سر دیگر فیلامان بسته می‌شود. بدین ترتیب با تغییر مکان سر وسط رئوستا، مقاومت موجود در مدار تغییر کرده و در نتیجه جریان در حال عبور از فیلامان و میزان گرم شدن فیلامان را می‌توان تنظیم کرد. اگر فیلامان زیاد داغ شود، تعداد الکترون‌های گسیل شده از کاتد افزایش می‌یابد و باعث می‌شود که محل برخورد پرتو کاتدی با صفحه فلورسنت بسوزد. برای تنظیم مناسب دمای فیلامان، از یک رئوستای ۵۰ اهمی استفاده کنید و مقاومت آن را حدود ۲۰ اهم تنظیم کنید.
- ◀ ترمینال مثبت منبع ولتاژ بالا را به آند وصل کنید. آوومتری که در اختیار دارید را در وضعیت میلی‌آمپرسنج DC قرار دهید طوری که بتواند جریان حداکثر تا ۰/۳ میلی‌آمپر را اندازه بگیرد. قطب منفی منبع را به ورودی Com. میلی‌آمپرسنج وصل کنید و از قطب ترمینال +DC میلی‌آمپرسنج به کاتد وصل کنید. (در صورتی که سیم مخصوص اتصال به کاتد در دسترس نباشد می‌توانید آن را به یکی از سرهای فیلامان وصل کنید).
- ◀ قبل از آن که دستگاه‌ها را روشن کنید، مدار را به مسئول آزمایشگاه نشان دهید.
- مبدل کاهنده ۶ ولتی را به برق وصل کنید و آن را روشن کنید.

- منبع تغذیه‌ی ولتاژ بالا را روشن کنید و به کمک پتانسیومتر آن، ولتاژ را روی ۱ کیلوولت قرار دهید. پس از چند لحظه، نقطه‌ی سبزرنگی بر روی لایه‌ی فلورسان لامپ دیده می‌شود.
- ولتاژ منبع را زیاد کنید. مشاهده می‌کنید که لکه سبزرنگ پرنورتر می‌شود و همزمان با آن، جریان در حال عبور از میلی آمپرسنج نیز زیاد می‌شود. با تنظیم رئوستای ۵۰ اهمی، حالتی را ایجاد کنید که در حداکثر ولتاژ منبع ولتاژ بالا، جریانی که از میلی آمپرسنج می‌گذرد کمتر از ۰/۲ میلی آمپر باشد. حال ولتاژ آند را روی ۱ کیلوولت قرار دهید.

### (ب) رفتار پرتو کاتدی در میدان مغناطیسی

۱. مبدل کاهنده ۶ ولتی را با احتیاط جابه‌جا کنید و به لامپ دور یا نزدیک کنید. آیا شکل لکه سبزرنگ تغییر می‌کند؟ چرا؟
۲. آهن ربایی که در اختیار دارید را در اطراف لامپ حرکت دهید. چه مشاهده می‌کنید. آهن ربا را به طوری که قطب شمال آن (قرمز رنگ) در پایین و قطب جنوب آن (سبزرنگ) در بالا قرار داشته باشد، از بالای لامپ به لامپ نزدیک کنید. لکه در چه جهتی منحرف می‌شود؟ آیا نتیجه مشاهده شده با رابطه  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$  سازگار است؟ علامت  $q$  چیست؟ آهن ربا را از چپ یا راست به لامپ نزدیک کنید. مشاهدات خود را با ذکر دلیل توضیح دهید.

### (ج) خاصیت موجی الکترون

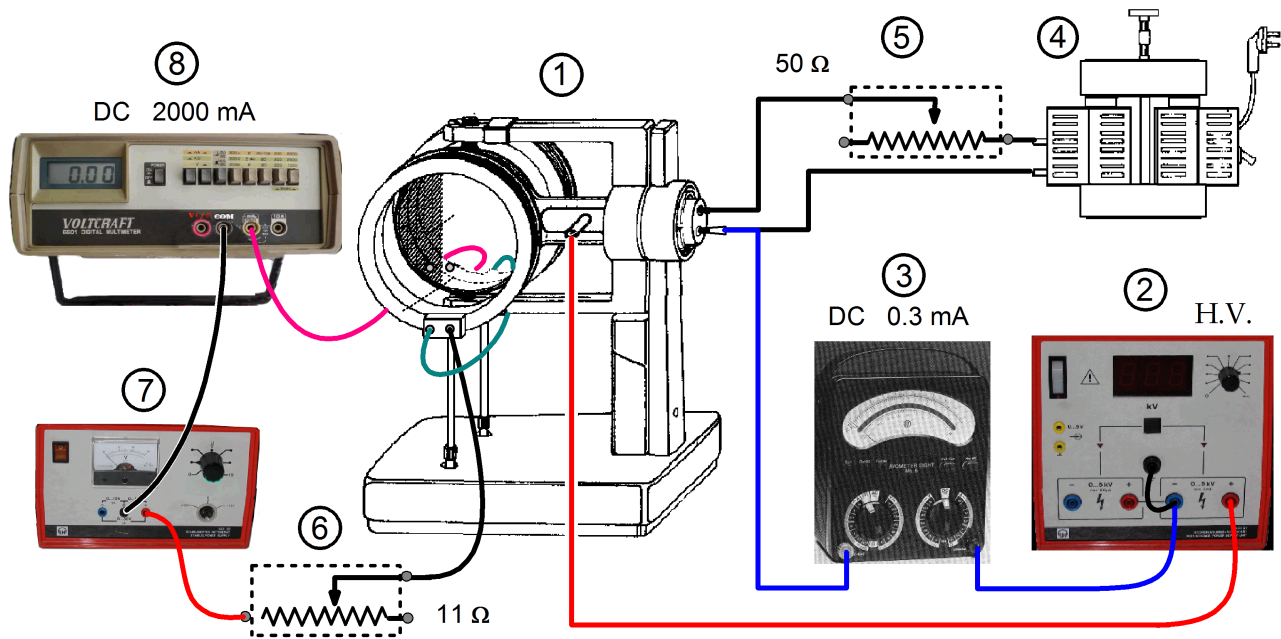
۱. ولتاژ منبع تغذیه‌ی ولتاژ بالا، HV، را به آرامی تغییر دهید. (در صورتی که جریانی که از میلی آمپرسنج می‌گذرد از ۰/۲ میلی آمپر بیشتر شود، با تنظیم رئوستا آن را کاهش دهید.) علاوه بر لکه‌ی سبزرنگ، دایره‌های سبزرنگی مشاهده می‌شود که شعاع آنها تغییر می‌کند. با تغییر دادن ولتاژ HV، چگونگی تغییر شعاع دایره‌ها را مشاهده و یادداشت کنید. منبع تغذیه‌ی HV را روی کمترین ولتاژی قرار دهید که دست کم دو دایره دیده شود.
۲. با اندازه‌گیری  $S$  مربوط به دایره‌ها و با فرض  $l \approx 2R$ ، زاویه‌ی پراش،  $\varphi \approx \frac{S}{4R}$  (رادیان)، متناظر برای هر دایره (شکل ۳) را محاسبه کنید و در جدول بنویسید. دقت کنید که  $S$  و  $R$  را بر حسب یک یکا بیان کنید.
۳. مرحله قبل را برای چند ولتاژ دیگر تکرار کنید و نتایج را در جدول زیر بنویسید.

$U_A$ (kV)							
$S_1$ (mm) حلقه کوچکتر							
$\varphi_1$ (rad)							
$S_2$ (mm) حلقه بزرگتر							
$\varphi_2$ (rad)							

۴. نمودار  $\sin \varphi_1$  و  $\sin \varphi_2$  بر حسب  $\frac{1}{\sqrt{U_A}}$  را رسم کنید. هر دو نمودار را بر روی یک کاغذ میلی متری ولی با دو رنگ متفاوت رسم کنید. آیا نمودارهای رسم شده خطوط راستی هستند؟ چگونه به کمک نمودار رسم شده می‌توانید درستی فرض دو بروی را تحقیق کنید؟ توضیح دهید.
۵. به کمک رابطه (۷) و استفاده از مقادیر داده شده در ابتدای دستورکار برای  $e$  و  $m_e$  و  $h$ ، فاصله‌های صفحات اتمی مربوط به دو نمودار را به دست آورید. چگونه به کمک مقادیر اندازه‌گیری شده می‌توانید درستی روابط ۴ و ۷ را تحقیق کنید؟ توضیح دهید.

### (د) تعیین نسبت بار به جرم الکترون

۱. در حالی که همه دستگاهها خاموش هستند، مدار قبل را مانند شکل (۶) کامل کنید.



شکل ۶

۱ - لامپ و پایه و سیم پیچ هلمهولتز	۲ - منبع ولتاژ بالا	۳ - میلی آمپرسنج	۴ - میدل کاهنده‌ی ۶ ولتی	۵ - رثوستا (حدود ۵۰ اهمی)	۶ - رثوستا (حدود ۱۰ اهمی)	۷ - منبع تغذیه‌ی ۱۵ ولتی	۸ - آمپرسنج
------------------------------------	---------------------	------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------	--------------------------	-------------

- ◀ برای ایجاد میدان مغناطیسی از پیچ‌های هلمهولتز استفاده می‌شود. آوومتر دیجیتالی که در اختیار دارید را در وضعیت آمپرسنج  $DC$  و روی پله ۲۰۰۰ میلی آمپر بگذارید. خروجی مثبت منبع تغذیه را به یکی از سرهای ثابت رثوستا وصل کنید و سر لغزنده رثوستا را به یکی از ترمینال‌های سیم پیچ‌های هلمهولتز وصل کنید. ترمینال دیگر سیم پیچ را به ترمینال سیم پیچ دیگر طوری وصل کنید که جریان در هر دو سیم پیچ در یک جهت برقرار شود. آخرین ترمینال باقی مانده پیچ‌های هلمهولتز را هم به ورودی  $mA$  آمپرسنج وصل کنید. صفر منبع تغذیه ۱۵ ولتی را هم به ورودی  $com$  آمپرسنج وصل کنید.
۲. هنگامی که منبع تغذیه‌ی ۱۵ ولتی خاموش است، ولتاژ آند را روی  $1/5$  کیلوولت قرار دهید و مکان برخورد پرتو کاتدی با لایه‌ی فلورسانس را یادداشت کنید.
۳. منبع تغذیه‌ی ۱۵ ولتی را روی صفر قرار داده، آن روشن کنید و سپس ولتاژ آن را به آهستگی افزایش دهید. خواهید دید که لکه‌ی سبز رنگ به طرف بالا یا پایین حرکت خواهد کرد اگر لکه به سمت پایین حرکت کرد، جهت جریان در پیچ‌ها را برعکس کنید. تکه کاغذی باریک (به پهنای حدود ۵ میلی‌متر) بریده و به طور عمودی به انتهای لامپ بچسبانید
۴. جریان را به آرامی افزایش دهید و با افزایش محل برخورد پرتو کاتدی با لایه‌ی فلورسانس،  $S$ ، مقدار جریان را یادداشت کنید و در جدول زیر بنویسید. (در صورتی که از رثوستای دوم استفاده کرده‌اید، برای تنظیم بهتر محل لکه، مقاومت رثوستای متصل به پیچ‌های هلمهولتز را تغییر دهید) با داشتن  $s$  می‌توان  $\theta(rad)$  و سپس  $x = R \sin \theta$  را به دست آورد.
۵. به کمک  $S = R\theta$  و رابطه‌ی (۳)، مقدار  $r$  را محاسبه کنید و در جدول بنویسید.

ولتاژ  $U_A = ۱/۵$  (kV)

S (mm)	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰
I (mA)									
r (cm)									

۶. از رابطه‌ی (۲) دیده می‌شود که در ولتاژ ثابت  $U_A$ ، نمودار  $\frac{1}{r}$  بر حسب  $I$  باید خط مستقیمی باشد که از شیب آن می‌توان مقدار  $\frac{e}{m}$  را به دست آورد. با رسم این نمودار،  $\frac{e}{m}$  را به دست آورید.  $e/m = \dots \pm \dots (A.s/kg)$

۷. این آزمایش را برای ولتاژهای  $۲/۰$  و  $۲/۵$  کیلوولت تکرار کنید.

ولتاژ  $U_A = ۲/۰$  (kV)

S (mm)	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰
I (mA)									
r (cm)									

 $e/m = \dots \pm \dots (A.s/kg)$ 
ولتاژ  $U_A = ۲/۵$  (kV)

S (mm)	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰
I (mA)									
r (cm)									

 $e/m = \dots \pm \dots (A.s/kg)$ 

### خطاگیری

از رابطه (۲) داریم:

$$\text{شیب} = \frac{\delta(1/r)}{\delta I} = K \sqrt{\frac{e}{mU_A}} \Rightarrow \frac{\Delta(e/m)}{e/m} = ۲ \left| \frac{\Delta(\delta I)}{\delta I} \right| + ۲ \left| \frac{\Delta(\delta(1/r))}{\delta(1/r)} \right| + \frac{\Delta U_A}{U_A} + ۲ \frac{\Delta K}{K} \quad (۸)$$

که در آن  $\delta I = I_2 - I_1$  و  $\delta(1/r) = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}$  مختصات دو نقطه از خط است که به کمک آنها شیب خط را محاسبه کرده‌اید. در نتیجه:  $\Delta(\delta I) = \Delta I_2 + \Delta I_1$  و  $\Delta(\delta(1/r)) = \frac{\Delta r_2}{r_2^2} + \frac{\Delta r_1}{r_1^2}$

### ۵) بررسی رنگ‌های فلورسانس

۱. لامپ مخصوصی را که در اختیار دارید به منبع ولتاژ بالا وصل کنید.

۲. منبع را روشن کنید و ولتاژ آن را به آرامی افزایش دهید. چه می‌بینید؟ کدام قسمت از شکل زودتر فلورسان می‌شود؟ به چه رنگی فلورسان می‌شود؟ دومین رنگ کدام است؟ آنچه را که می‌بینید دقیقاً تشریح کنید. ولتاژ منبع را صفر کرده و منبع را خاموش کنید.

### (و) خواص دیگر پرتو کاتدی

- لامپ‌های دیگری را که در اختیار دارید مورد بررسی قرار دهید. چگونه می‌توانید نکات زیر را بررسی کنید:
  - الف) پرتو کاتدی در غیاب میدان الکتریکی و مغناطیسی بر روی خط مستقیم حرکت می‌کند.
  - ب) مسیر پرتو کاتدی عمود بر سطح کاتد است و از محل قرار گرفتن آن تقریباً مستقل است.
  - ج) پرتو کاتدی دارای تکانه است و می‌تواند باعث وارد کردن نیرو به اجسام شود.

#### به این پرسشها پاسخ دهید

- ۱ - شعاع مسیر الکترون‌ها در لامپ را به کمک چه کمیت‌هایی می‌توان تغییر داد؟ هر یک چگونه شعاع را تغییر می‌دهند؟
- ۲ - آیا مسیر الکترون درون حباب واقعاً دایره‌ای است؟ اگر پاسخ منفی است، کجا شعاع مسیر بزرگتر و کجا کوچک‌تر است؟
- ۳ - روابط (۳) و (۸) را اثبات کنید.
- ۴ - چرا رنگهای متفاوت در ولتاژهای گوناگون فلورسان می‌شوند؟
- ۵ - پدیده‌های فلورسانس و فسفرسانس چه هستند و چه تفاوتی با هم دارند؟
- ۶ - دیویسون و جرمر چه بلوری را به کار بردند؟

## تعیین ثابت ریذبرگ

بررسی بیناب گسیلی و درآشامی اتمها  
(طیف نشری و جذبی)



Bohr



Rydberg

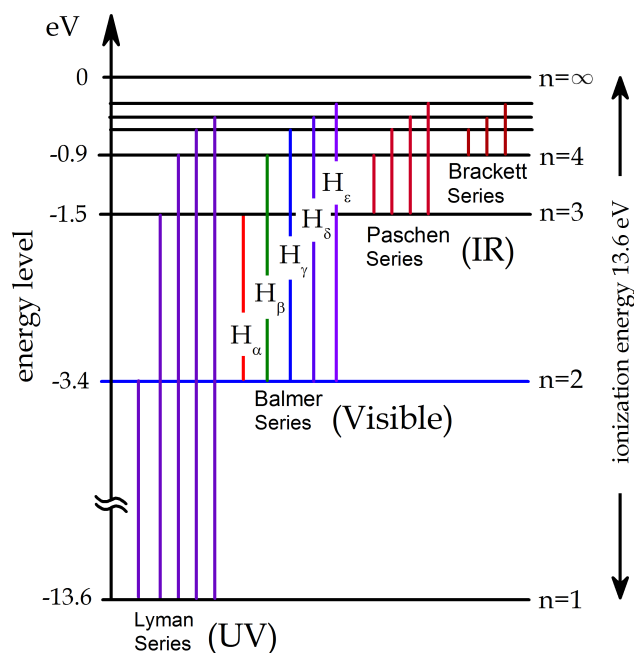
## زمینه نظری آزمایش

اطلاعات ما در مورد ساختار اتمی از نظر تاریخی بر پایه بررسی طیف‌های اتمی، بویژه طیف هیدروژن، استوار است. از نظر تجربی، بررسی خطوط هیدروژن مناسب‌ترین مورد است زیرا دارای چهار خط طیفی « $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ ,  $H_\delta$ » در گستره‌ی بینایی است و بنابراین مستقیماً قابل مشاهده‌اند. در سال ۱۸۸۵ بالمر<sup>۱</sup> خطوط طیفی هیدروژن را با فرمول تجربی ساده‌ای بیان کرده بود که می‌توان آن را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{1}{\lambda_n} = R_H \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (1)$$

$R_H$  ثابت ریذبرگ نامیده می‌شود و اندازه‌گیری آن یکی از اهداف این آزمایش است.

وجود طیف‌های گسسته حتی با مدل اتمی راترفورد نیز قابل توجیه نبود و به تناقض‌های جدی با الکتروپدینامیک کلاسیک انجامید. بوهر<sup>۲</sup> که در همان سال ۱۸۸۵ متولد شده بود، فیزیکدانی بود که توانست در سال ۱۹۱۳ با فرمولبندی فرضیات مشهورش، اولین قدم را در حل این مشکل بردارد.



بیناب اتم هیدروژن

مدل اتمی نیمه کلاسیک بوهر برای اتم هیدروژن که نتیجه‌ی آن فرضیات است، نه فقط قادر به تشریح طیف‌های گسسته می‌باشد بلکه از آن می‌توان برای محاسبه خواص اتمی مثل حالت‌های انرژی و شعاع مدارهای الکترونی اتم هیدروژن استفاده کرد. ثابت ریذبرگ در رابطه‌ی بالمر که با داده‌های تجربی تعیین شده بود، در نظریه‌ی بوهر به طور صریح بر حسب ثابت‌های بنیادین دیگر ظاهر می‌شود:

$$\frac{1}{\lambda_n} = \frac{me^4}{\Lambda \epsilon_0^2 h^3 c} \left( \frac{1}{n_\ell^2} - \frac{1}{n_u^2} \right)$$

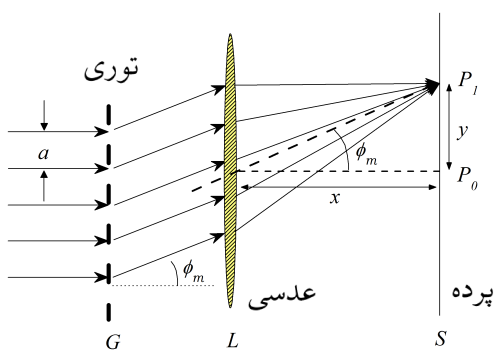
$$n_u = 2, 3, 4, \dots$$

$$n_\ell = 1, 2, \dots, n_u - 1$$

انتخاب  $n_\ell = 2$  و  $n_u = n$  همان رابطه‌ی بالمر را نتیجه می‌دهد. بیناب اتم هیدروژن (با کمی اشتباه در نمایش انرژی‌ها به

<sup>1</sup> Balmer

<sup>2</sup> Niels Henrik David Bohr (1885–1962) Nobel prize laureate 1922



شکل ۱

منظور بهتر نمایش دادن ترازهای انرژی در شکل نشان داده شده است. برای تعیین ثابت ریدبرگ کافی است که طول موج‌های اتم هیدروژن را اندازه بگیریم. بدین منظور از یک آرایش اپتیکی همراه با یک توری به عنوان عنصر پراشنده استفاده می‌کنیم. «توری» یک ابزار بسیار قدرتمند در آزمایش‌های مربوط به نور است و قادر است نور را پراشیده کند. اگر جبهه‌ی موج نور فرودی بر توری، تخت باشد (پرتوهای موازی) و الگوی پراش را در صفحه‌ی کانونی یک عدسی همگرا مشاهده و بررسی کنیم، پراش را فرانهوفری می‌نامند (شکل روبه‌رو).

در پراش فرانهوفری از توری و تحت تابش عمودی، بیشینه‌های اصلی در زوایای  $\varphi_m$  تشکیل می‌شوند به طوری که:

$$a \sin \varphi_m = m \lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

در این رابطه،  $a$  فاصله‌ی بین دو شکاف پی‌درپی توری است (شکل ۱) و  $m$  «مرتبه‌ی پراش» یا «ردیف پراش» نامیده می‌شود. در شکل ۱، بیشینه‌ی مرکزی و یکی از دو بیشینه‌ی مرتبه نخست نشان داده شده‌اند. در این آزمایش از بیشینه‌ی مرتبه نخست استفاده می‌شود. مطابق شکل ۱ داریم:

$$\tan \varphi_m = \frac{y}{x} \quad (3)$$

به کمک روابط (۲) و (۳) طول موج خطوط طیفی را می‌توان به دست آورد:

$$\lambda = \frac{a y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (4)$$

تعداد شیار در واحد طول توری را ثابت توری می‌نامند و با  $g$  نمایش می‌دهند. این کمیت معمولاً بر روی توری‌ها نوشته شده است. بدیهی است که  $a = \frac{1}{g}$ .

توان جداسازی<sup>۳</sup> یک ابزار نوری با رابطه‌ی  $R.P. = \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$  تعریف می‌شود که در آن  $\Delta \lambda$  کمترین جدایی طولی موجی دو خط طیفی است که به کمک آن وسیله، جدا از هم دیده می‌شوند. ( $\lambda$  طول موج متوسط آن خطوط است). از سوی دیگر توان جداسازی توری از رابطه  $R.P. = m N$  به دست می‌آید که در آن  $N$  تعداد شیارهای توری است که نور به آنها تابیده است. پس اگر نور فرودی به تمام شیارهای یک توری با پهنا  $W$  بتابد،  $N = W g$  خواهد بود و در نتیجه این توری قادر خواهد بود خطوطی را از هم جدا کند که اختلاف طول موج‌های آنها در نامعادله زیر صدق کند:

$$\Delta \lambda \geq \frac{\lambda}{m W g} \quad (5)$$

هرگز با دستتان سطوح وسایل اپتیکی مانند عدسی، آینه، منشور و توری را لمس نکنید.

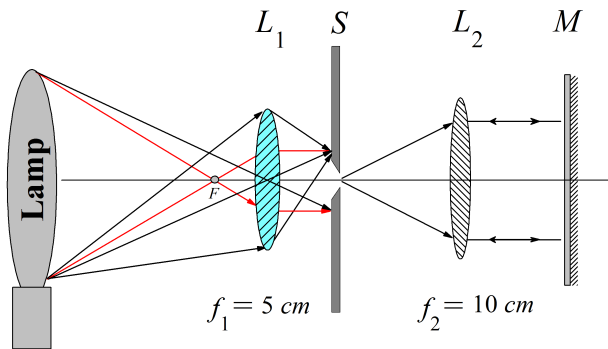
این سطوح معمولاً دارای پوشش‌هایی است که در اثر تماس با دست آسیب می‌بینند.

<sup>3</sup> R.P.  $\equiv$  Resolution Power



## روش کار

## الف) تنظیم دستگاه



شکل ۲

۱. وسایل آزمایش را مطابق شکل ببندید. ابتدا عدسی  $L_1$  با فاصله کانونی  $f = 5 \text{ cm}$  را در ابتدای ریل اپتیکی قرار دهید و آن را ثابت کنید. سپس شکاف  $S$  را در پشت عدسی و در فاصله‌ای کمی بیشتر از  $f_1$  قرار دهید (مثلاً ۸ سانتی‌متر).

(شکاف را طوری قرار دهید که طرف نسبتاً مسطح آن رو به عدسی  $L_2$  و آینه تخت باشد)

۲. لامپ جیوه را در جای مخصوص خود قرار داده و آن را به کمک مبدل ولتاژ بالای مخصوص روشن کنید.

نور لامپ جیوه دارای پرتو فرابنفش است و برای چشم ضرر دارد. از نگاه کردن مستقیم به آن خودداری کنید.

۳. با جابه‌جا کردن لامپ، تصویر آن را بر روی شکاف  $S$  بیاندازید. (با این کار یک چشمه‌ی باریک ولی پرشدت درست کرده‌ایم.)

۴. حال شکاف دیافراگم را کمی باز کرده تا نور از آن گذشته و پس از عبور از درون عدسی  $L_2$  با فاصله‌ی کانونی  $f = 10 \text{ cm}$  برخورد با آینه‌ی تخت، بازتابیده شده و دوباره از درون عدسی  $L_2$  گذشته و به کنار شکاف برخورد کند. دقت کنید که فاصله‌ی آینه تا عدسی  $L_2$  زیاد نباشد.

۵. با تنظیم زاویه‌ی آینه تخت  $M$  و جابه‌جا کردن عدسی  $L_2$ ، تصویر شکاف را در کنار شکاف ایجاد کنید. حال شکاف را تا حد ممکن باریک کنید.

۶. با حرکت دادن عدسی  $L_2$ ، تصویر شکاف را که در کنار آن ایجاد کرده‌اید واضح کنید. آینه را کمی جابه‌جا کنید و مطمئن شوید که در اثر این کار، تصویر ایجاد شده در کنار شکاف واضح می‌ماند. بدین‌سان پرتوها پس از عبور از عدسی  $L_2$  و برخورد با آینه روی همان مسیر بازمی‌گردند و در نتیجه پرتوها پس از عبور از عدسی  $L_2$  موازی بوده‌اند. مکان عدسی  $L_2$  را یادداشت کنید.

۷. با جابه‌جا کردن عدسی  $L_2$  و تکرار مرحله‌ی قبل، دو مقدار دیگر نیز به دست آورید و سپس عدسی  $L_2$  را در مکان متوسط این سه مقدار قرار دهید و آن را ثابت کنید. (توجه کنید که اگر اختلاف مقادیر به دست آمده بیشتر از چند میلی‌متر باشد، باید در تشخیص وضوح تصویر بیشتر دقت کنید!)

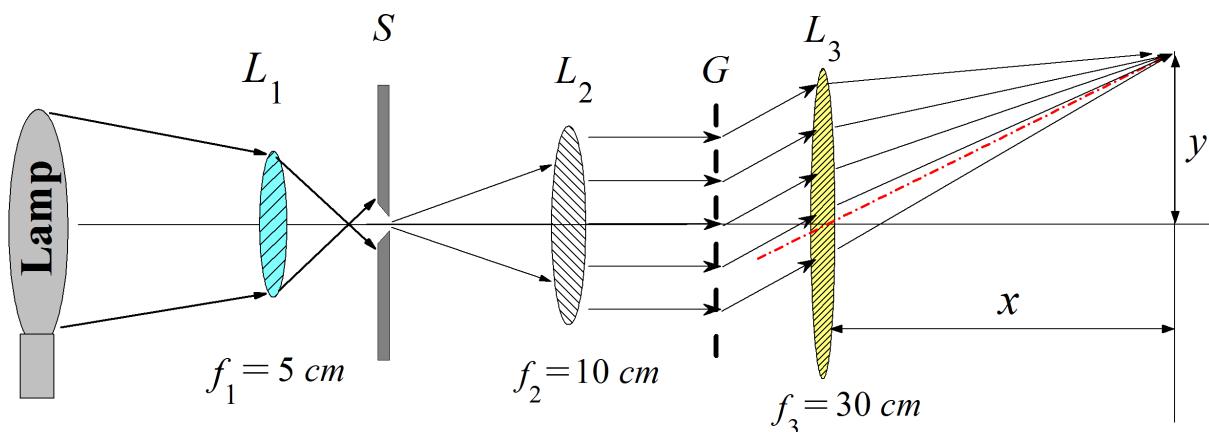
مکان عدسی $L_2$ (cm)			مقدار متوسط = (cm)
----------------------	--	--	--------------------

تا انتهای آزمایش، عدسی  $L_1$ ، شکاف  $S$  و عدسی  $L_2$  را جابه‌جا نکنید.

۸. آینه تخت را برداشته و به جای آن توری را قرار دهید. ثابت توری را از روی آن خوانده و یادداشت کنید:

$$g = \dots\dots\dots (mm^{-1})$$

### (ب) اندازه‌گیری طول موج



شکل ۳

۹. عدسی  $L_3$  با فاصله‌ی کانونی  $30\text{ cm}$  را به توری بچسبانید.

۱۰. با جابه‌جا کردن پرده، خطوط طیفی را روی آن تشکیل دهید. سپس شکاف را تا حد امکان باریک کنید.

۱۱. با کمی جابه‌جا کردن عدسی  $L_3$  یا پرده، یکی از خطوط طیفی را روی پرده کانونی کنید تا به بیشترین وضوح خود برسد. فاصله پرده تا عدسی را اندازه بگیرید.

۱۲. با جابه‌جا کردن عدسی  $L_3$  و تکرار قسمت قبل، دو مقدار دیگر برای فاصله‌ی پرده تا عدسی به دست آورید. میانگین این سه مقدار را به دست آورید و در جدول بنویسید ( $x$ ). آیا این عدد همان فاصله‌ی کانونی عدسی  $L_3$  است؟ اگر جواب منفی است، کمتر است یا بیشتر؟ فاصله عدسی  $L_3$  تا پرده را برابر  $x$  تنظیم کنید.

۱۳. یک برگ کاغذ سفید را در مکان مناسبی پشت پرده چسبانده و مکان تمام خطوط طیفی که مشاهده می‌کنید (در دو طرف بیشینه‌ی مرکزی به علاوه‌ی خود بیشینه‌ی مرکزی) را روی کاغذ علامت بگذارید و رنگ آنها را در زیر آنها بنویسید. دقت کنید که فقط رنگ‌هایی را علامت بزنید که در غیاب کاغذ هم دیده شوند!

۱۴. به کمک خط‌کش یا کولیس، فاصله‌ی دو علامت مربوط به یک رنگ (مرتب‌های  $m = \pm 1$ ) را تا بیشینه‌ی مرکزی اندازه بگیرید. این کار را نیز سه بار تکرار کرده و متوسط آنها را به دست آورده و در جدول ۲ بنویسید.

۱۵. با استفاده از رابطه‌ی (۴) طول موج خط طیفی مورد نظر را محاسبه کنید و با توجه به دقت اندازه‌گیری‌هایتان دقت طول موج به دست آمده را محاسبه کنید و در جدول بنویسید.

۱۶. با تکرار مرحله‌ی ۱۴ و ۱۵، تمام طول موج‌های لامپ جیوه را به دست آورید.

۱۷. مقادیر به دست آمده را با مقادیری که در ابتدای دستور کار داده شده است مقایسه کنید و راجع به درستی آزمایش انجام شده بحث کنید. (دقت اندازه‌گیری‌ها را با خطای موجود در هر طول موج مقایسه کنید)

۱۸. آزمایش را برای لامپ‌های دیگری که در اختیار دارید تکرار کنید و نتایج را در جدول‌های مربوط بنویسید. (یکی از خطوط هیدروژن ممکن بسختی دیده شود.)

$x = \dots\dots (cm)$	$y (cm)$				
لامپ جیوه	$\lambda (nm)$				
	$\Delta\lambda (nm)$				

$x = \dots\dots (cm)$	$y (cm)$				
لامپ هیدروژن	$\lambda (nm)$				
	$\Delta\lambda (nm)$				

$x = \dots\dots (cm)$	$y (cm)$				
لامپ کادمیوم	$\lambda (nm)$				
	$\Delta\lambda (nm)$				

$x = \dots\dots (cm)$	$y (cm)$		
لامپ سدیم	$\lambda (nm)$		
	$\Delta\lambda (nm)$		

### ج) تعیین ثابت ریذبرگ

۱۹. با استفاده از داده‌های جدول مربوط به هیدروژن، نمودار  $\frac{1}{\lambda_n}$  را برحسب  $\frac{1}{n^2}$  برای هیدروژن رسم کنید. این نمودار باید خط راستی با شیب  $-R_H$  و عرض از مبدا  $\frac{1}{4} R_H$  باشد. با اندازه‌گیری شیب و عرض از مبدا این خط، ثابت ریذبرگ را بدست آورید. آیا این دو مقدار به دست آمده با هم سازگارند؟

۲۰. با محاسبه‌ی خطای شیب و عرض از مبدا نمودار، دقت دو مقدار به دست آمده برای ثابت ریذبرگ را به دست آورید. میانگین مقادیر به دست آمده را با مقدار واقعی ثابت ریذبرگ مقایسه کنید و با توجه به دقت آزمایش، راجع به درستی آزمایش قضاوت کنید.

### د) تعیین توان جداسازی توری

۲۱. با اندازه‌گیری پهنای توری، توان جداسازی بیشینه‌ی آن را به دست آورید. با توجه به این کمیت و مراجعه به جدول ابتدای دستورکار، توضیح دهید که آیا توری به کار رفته در این آزمایش می‌تواند دوتایی سدیم یا دوتایی زرد جیوه را جدا کند؟ چرا این دوتایی‌ها جدا دیده نشدند؟ پهنای شکاف چه تاثیری در این مسئله دارد؟ راجع به توان جداسازی چشم خودتان چه می‌دانید؟

### به این پرسشها پاسخ دهید

- ۱ - هدف از استفاده لامپ جیوه چه بود؟ آیا فرمول بالمر برای جیوه برقرار است؟
- ۲ - آیا از یک توری پراش معین می‌توان برای پراش همه‌ی طول موجها استفاده کرد؟ در مورد  $a < \lambda$  چه رخ می‌دهد؟
- ۳ - چه پرش‌های الکترونی در اتم هیدروژن منجر به ایجاد خطوط  $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, H_\delta$  می‌شوند؟ طول موج هر یک از این خطوط را به دست آورده و با طول موج‌های حاصل از نتایج تجربی خود مقایسه کنید.
- ۴ - چرا برخی از خطوط طیفی لامپها پرشدت هستند ولی برخی از خطوط کم شدتند؟





Zeeman

## شکافتگی خطوط طیفی چشمه‌ی واقع در میدان مغناطیسی -

(اثر زیمن)

### زمینه نظری آزمایش

در سال ۱۸۹۶ پیتر زیمن<sup>۱</sup> دریافت که وقتی یک منبع نوری در میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد، هر خط طیفی که متناظر با تغییر انرژی اتم از یک حالت با انرژی بالاتر به حالت دیگری با انرژی پایین‌تر است؛ به چند خط تجزیه می‌شود. در اثر بهنجار زیمن، اسپین کل در هر دو تراز اصلی صفر است و در نتیجه تکانه‌ی زاویه‌ای کل،  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ ، برابر با تکانه‌ی زاویه‌ای مدار  $\vec{L}$  بوده و مقدار آن برابر است با  $\sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar$ . گشتاور مغناطیسی وابسته به این تکانه‌ی زاویه‌ای  $\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} \vec{L}$  است که در آن  $m$  جرم الکترون و  $e$  بار آن است. وقتی این دو قطبی‌های مغناطیسی در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B} = B \hat{k}$  قرار گیرند انرژی آنها به اندازه‌ی زیر تغییر می‌کند:

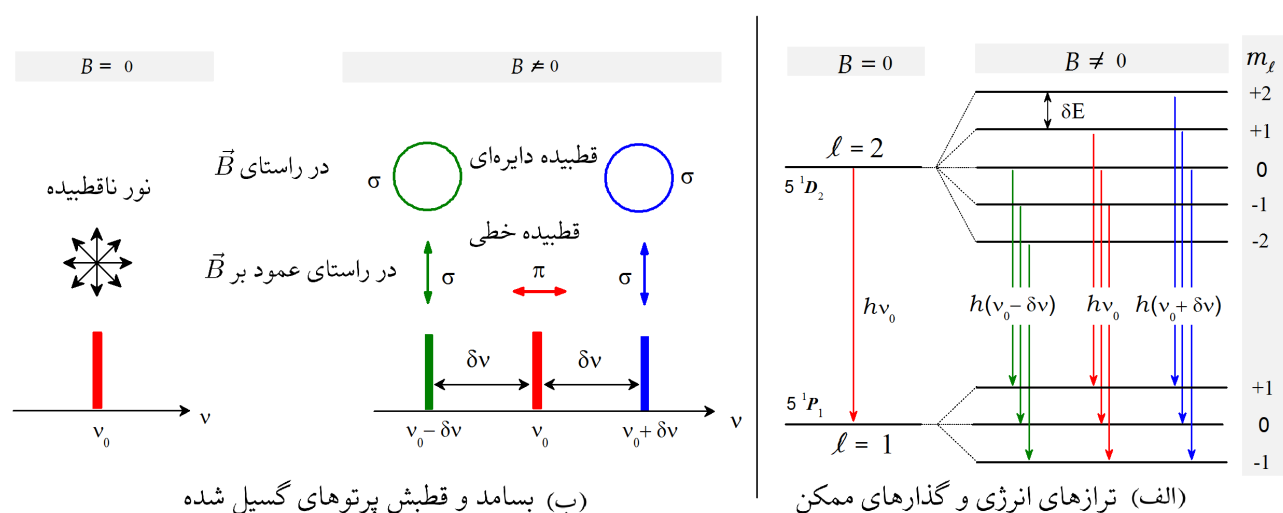
$$\delta U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z B = \frac{e}{2m} L_z B \quad (۱)$$

ولی به دلیل کوانتس فضا، تصویر  $\vec{L}$  در راستای میدان خارجی  $B$  (محور  $z$ ) فقط مقادیر خاصی را اختیار می‌کند:

$$L_z = m_\ell \hbar, \quad m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell \quad (۲)$$

که در آن  $m_\ell$  عدد کوانتومی مغناطیسی است. بدینسان هر تراز انرژی مربوط به یک  $\ell$  معین به  $2\ell + 1$  زیرتراز (مقادیر متفاوت  $m_\ell$ ) شکافته می‌شود. اختلاف انرژی بین هر دو تراز مجاور هم برابر است با:

$$\delta E = \frac{e\hbar}{2m} B \quad (۳)$$

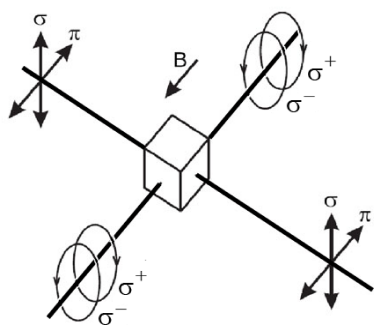


در ابتدا به نظر می‌رسد که گذارهای گوناگونی می‌تواند رخ دهد و یک خط طیفی با بسامد  $\nu_0$  می‌تواند به تعداد زیادی خط با بسامدهای گوناگون شکافته شود ولی مشاهده می‌شود که فقط گذارهایی رخ می‌دهند که تغییر در عدد کوانتومی مغناطیسی  $m_\ell$  برابر با ۰ یا  $\pm 1$  باشد ( $\Delta m_\ell = 0, \pm 1$ ). این پدیده، به نام قاعده گزینش شناخته شده است. بدینسان در اثر بهنجار زیمن، یک خط طیفی با بسامد  $\nu_0$  به سه خط با بسامدهای  $\nu_0 \pm \delta\nu$  و  $\nu_0$  شکافته می‌شود (شکل ۱ - الف را ببینید).

<sup>۱</sup> Pieter Zeeman (1865-1943) - Nobel prize laureate 1902 (به همراه لورنتز)

خط طیفی مربوط به  $\Delta m_\ell = 0$  بدون جابه‌جایی بسامدی است ولی بسامد دو خط طیفی دیگر که مربوط به گذارهای  $\Delta m_\ell = \pm 1$  هستند، نسبت به بسامد اولیه، به مقدار  $(\delta\nu = \frac{\delta E}{h})$  تغییر کرده است بدین‌سان به کمک رابطه (۳) خواهیم داشت:

$$\frac{e}{m} = \frac{4\pi}{B} \delta\nu \quad (4)$$

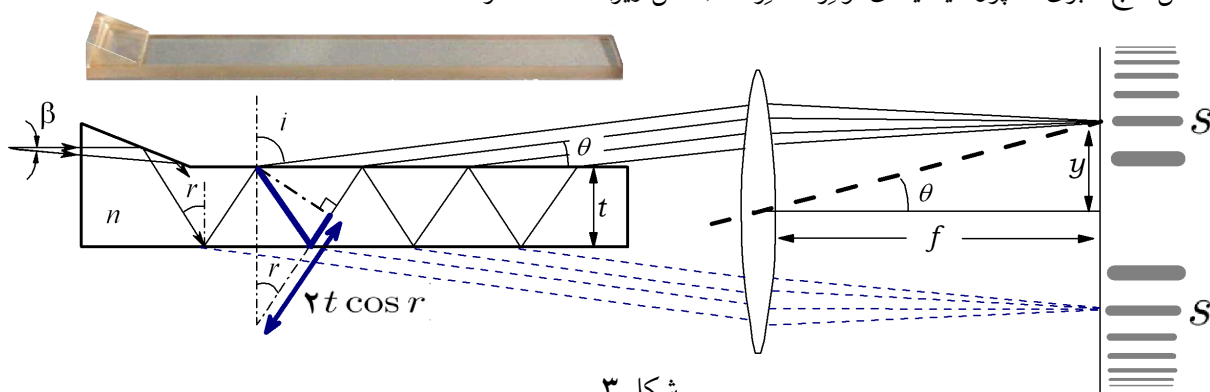


شکل ۲

نور گسیل شده در راستای میدان مغناطیسی شامل دو خط طیفی با نام‌های  $\sigma^+$  و  $\sigma^-$  با قطبش دایره‌ای و بسامد  $\nu_0 \pm \delta\nu$  است. نور گسیل شده در راستای عمود بر میدان، ترکیبی از سه خط طیفی با قطبش خطی است. خط طیفی که قطبش آن به موازات میدان مغناطیسی است، خط  $\pi$  خوانده می‌شود و بسامد آن  $\nu_0$  است. قطبش دو خط دیگر، عمود بر  $B$  و بسامدهای آنها  $\nu_0 \pm \delta\nu$  است. این خطوط  $\sigma$  خوانده می‌شوند.

در دستگاه آحاد SI،  $B$  بر حسب تسلا و  $\delta\nu$  بر حسب هرتز است. مثلاً در  $0.5 T$   $B \approx 0.5 T$  (که میدان نسبتاً بزرگی برای یک آزمایشگاه آموزشی در دانشگاه است) این شکافتگی تقریباً  $7 \times 10^9 Hz$  است (مستقل از طول موج).

در این آزمایش به کمک یک فیلتر قرمز، خط طیفی قرمز رنگ کادمیوم (مربوط به گذار در لایه پنجم، از تراز بالا با تکانه زاویه‌ای  $\ell = 2$  به تراز  $\ell = 1$  که با نماد  $5^1D_2 \rightarrow 5^1P_1$  نشان داده می‌شود) با طول موج  $\lambda = 643.8 nm$  از بقیه خطوط طیفی کادمیوم جدا شده و بررسی می‌شود. در میدان  $0.5 T$  برای این خط طیفی، شکافتگی کمتر از  $0.01$  نانومتر است! بنابراین برای مشاهده شکافته شدن این خط طیفی، به یک اسپکتروسکوپ با توان جداسازی،  $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ ، بزرگ نیاز است. بدین منظور می‌توان از تداخل‌سنج فابری - پرو<sup>۲</sup> یا تیغهی لومر - گرک<sup>۳</sup> (شکل زیر) استفاده کرد.



شکل ۳

در دستگاه موجود در آزمایشگاه از یک تیغهی لومر - گرک با ضخامت  $t = 4.04 mm$  و ضریب شکست  $n = 1.4567$  که سطوح آن بسیار تخت است و توان جداسازی بالایی دارد  $(\frac{\lambda}{\Delta\lambda} > 50,000)$  استفاده شده است.

در شکل ۳ با استفاده از قانون شکست،  $n \sin r = \sin i = \cos \theta$ ، و تقریب  $\theta \ll 1$  داریم:

$$(n \sin r_s)^2 \approx 1 - \theta_s^2 \quad (5)$$

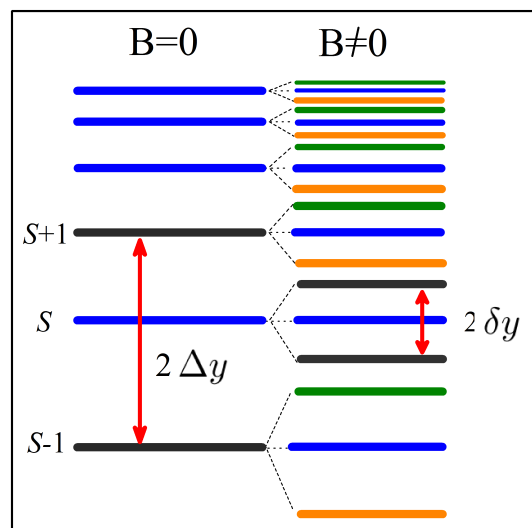
که در آن از تقریب  $\cos \theta_s \approx 1 - \frac{\theta_s^2}{2}$  استفاده شده است. از سوی دیگر، بیشینه‌های تداخلی در مکان‌هایی رخ می‌دهند که شرط تداخل سازنده برقرار باشد یعنی اختلاف راه نوری دو پرتوپی درپی یعنی  $2nt \cos r$  برابر با مضرب درستی از طول موج باشد (شکل ۳). پس بیشینه‌ی مرتبه‌ی  $s$ -ام تحت زاویه‌ای مشاهده می‌شود که  $2nt \cos r_s = s\lambda$  و در نتیجه:

$$(n \sin r_s)^2 = n^2 - \left(\frac{s\lambda}{2t}\right)^2 \quad (6)$$

<sup>2</sup> Fabry - Perot

<sup>3</sup> Lummer-Gehrcke

از آنجا که  $y = f \tan \theta \approx f\theta$  ، می توان مکان این بیشینه ها را به کمک روابط (۵) و (۶) به دست آورد:



$$y(\lambda, s) \approx \pm f \sqrt{1 - n^2 + \frac{s^2 \lambda^2}{4t^2}}$$

برای طول موج  $\lambda$  ، فاصله ی بین بیشینه های تداخلی مربوط به دو ردیف تداخلی پی درپی برابر با  $\Delta y$  است. این فاصله ثابت نیست و با افزایش  $|s|$  کاهش می یابد :

$$\Delta y = \left| \frac{\partial y(\lambda, s)}{\partial s} \right| \Delta s \approx \frac{fs\lambda^2}{4t^2\theta_s}, \quad (\lambda = \text{const.}, \Delta s = 1)$$

از سوی دیگر در یک ردیف تداخلی معین، فاصله ی بین دو بیشینه ی مربوط به دو طول موج با جدایی  $\delta\lambda$  به اندازه ی  $\delta y$  است:

$$\delta y = \left| \frac{\partial y(\lambda, s)}{\partial \lambda} \right| \delta\lambda \approx \frac{fs^2\lambda\delta\lambda}{4t^2\theta_s}, \quad (s = \text{const.})$$

در نتیجه به کمک این روابط خواهیم داشت:

شکل ۴ - بیشینه های تداخلی

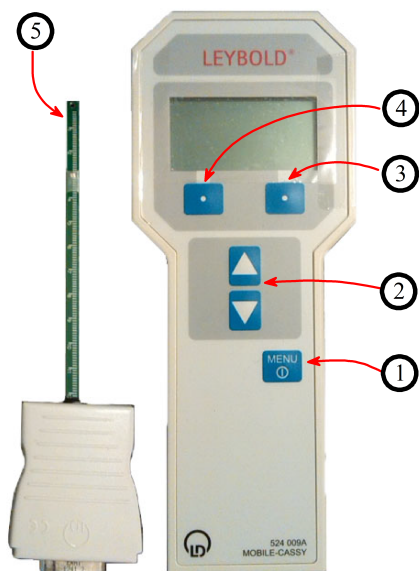
$$\delta\nu \approx \left( \frac{c}{4t\sqrt{n^2 - 1}} \right) \frac{\delta y}{\Delta y} \quad (\text{مستقل از } s) \quad (7)$$

که در آن  $c$  سرعت نور است و  $\delta y$  و  $\Delta y$  در شکل ۴ نشان داده شده اند که می توان آنها را (با چشمپوشی از یک ثابت که در تقسیم حذف می شود) به کمک میکرومتری که بر روی دستگاه سوار شده است اندازه گرفت.

با استفاده از توان جداسازی بالای تیغی لومر - گرک موجود در آزمایشگاه، می توان به ازای یک مقدار معین  $B$  ، تغییر بسامد  $\delta\nu$  را اندازه گرفت (رابطه ی ۷) و سپس نسبت بار به جرم الکترون را به دست آورد.

### روش کار

#### الف) آماده سازی تسلامتر



شکل ۵ - تسلامتر رقمی

• الف) تسلامتر رقمی (دیجیتالی) که در اختیار دارید از یک بخش اصلی (که قابلیت اتصال به ابزارهای گوناگون را دارد) و یک گمانه تشکیل شده است. گمانه دارای یک تکه بلور است که در نوک آن جاسازی شده است. در یک میدان مغناطیسی، مطابق اثر «هال»، با اندازه گیری اختلاف پتانسیل ایجاد شده در این بلور می توان بزرگی میدان مغناطیسی را به دست آورد. ابتدا گمانه را با سیم مخصوص به دستگاه اندازه گیر وصل کنید. با فشردن دکمه ① ، دستگاه را روشن کنید. با فشردن مجدد این دکمه، «منو» ظاهر می شود. با فشردن کلید پایین رو ② و سپس فشردن کلید انتخاب ③ ، وضعیت «Quantities» را انتخاب کنید. با فشردن مجدد کلید ③ وضعیت «Bt» را انتخاب کنید و سپس با دوبار فشردن پی درپی کلید پایین رو، حالت «Compensate Offset»

را برای تنظیم صفر تسلامتر انتخاب کنید و پس از آن کلید ③ را فشار دهید. با این کار صفر تسلامتر تنظیم می شود. با فشردن دکمه برگشت ④ و بازگشت به صفحه اول نمایش، تسلامتر عدد کوچکی را نشان می دهد که مقدار تقریبی شدت میدان مغناطیسی در محل آزمایشگاه است. بیشترین مقدار آن را یادداشت کنید.

$$|\vec{B}|_{\text{زمین}} = \dots\dots\dots$$

گمانه را با احتیاط در وسط گاف بین دو فک آهن ربای الکتریکی قرار دهید. حال تسلامتر آماده است.

چند تذکر:

۱) قبل از روشن یا خاموش کردن منبع، پیچ تنظیم ولتاژ را به آرامی صفر کنید زیرا شدت جریان‌هایی که در این آزمایش در مدار جریان دارد زیاد است (بیش از ۱۰ آمپر) و در صورتی که این جریان‌ها بطور ناگهانی تغییر کنند، در اثر ایجاد نیروی محرکه القایی (قانون فاراده) تاثیر مخربی بر منبع الکتریکی می‌گذارند.

۲) پس از برقراری جریان، با اجسام فرومغناطیس (مانند ساعت مکانیکی) به سیم‌پیچ‌ها نزدیک نشوید. میدان مغناطیسی ممکن است آن وسیله را خراب کند.

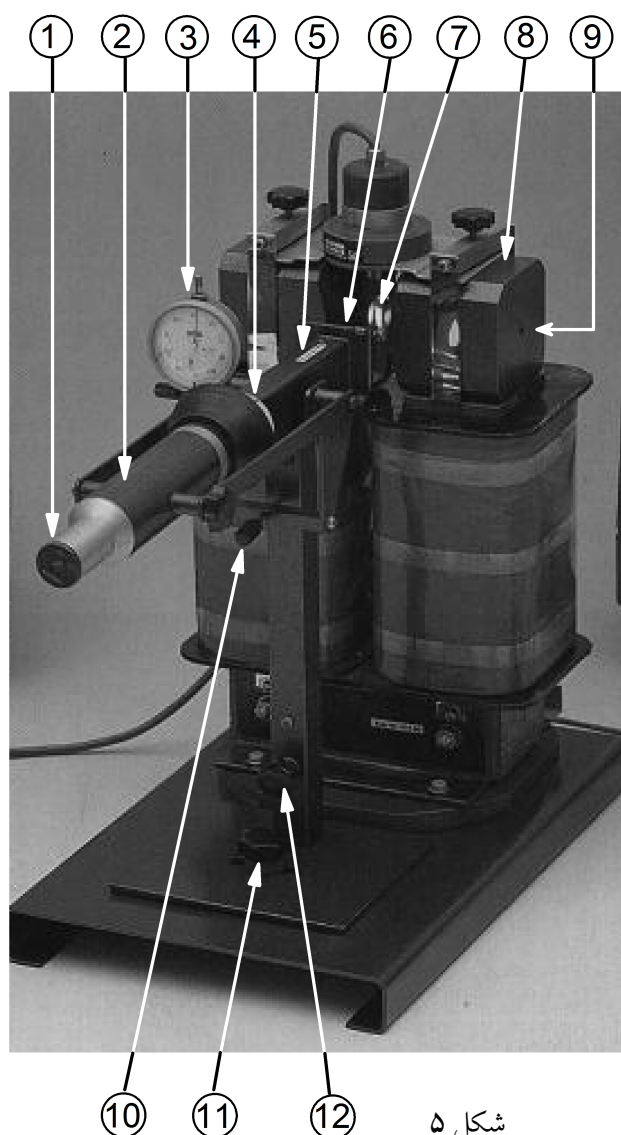
### ب) تعیین منحنی کالیبراسیون آهن‌ربای الکتریکی

۱. منبع تغذیه را به آهن‌ربای الکتریکی متصل کرده و آن را روشن کنید. به ازای جریان‌های ۲ تا ۱۸ آمپر، میدان مغناطیسی متناظر را به کمک تسلا متر اندازه بگیرید و در جدول زیر بنویسید و سپس تسلا متر را خاموش کنید.

جدول ۱

$I (A)$	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
$B (T)$									

نمودار  $B$  بر حسب  $I$  را رسم کنید. آیا این نمودار خطی است یا منحنی؟ این نمودار، منحنی کالیبراسیون نامیده می‌شود و به کمک آن می‌توان میدان مغناطیسی را در جریان‌های دیگر (مثلاً ۱۷ آمپر) تعیین کرد.



۳. منبع تغذیه را به آرامی صفر کرده و سپس خاموش کنید و آن را به آهن‌ربای الکتریکی دیگری که مشابه آهن‌ربای الکتریکی اول است و لامپ کادمیوم درون آن قرار دارد، وصل کنید.

### تنظیم دستگاه اپتیکی

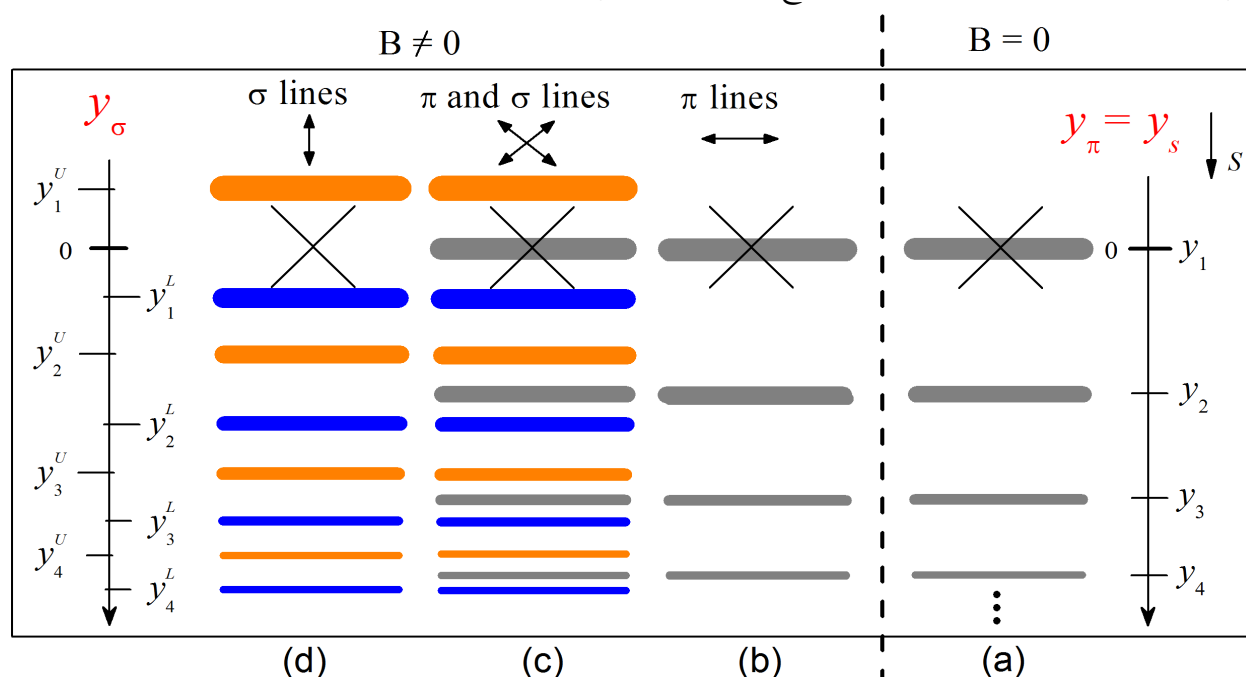
دستگاه بیناب نمای زمین موجود در آزمایشگاه در شکل ۵ نشان داده شده است و اجزای آن در جدول زیر شرح داده شده‌اند.

- ۱ - چشمی (شامل عدسی، لوله و تارپست)
- ۲ - لوله تلسکوپ
- ۳ - ریزسنج ساعتی
- ۴ - ورقه قطبنده (پلاروید)
- ۵ - محل قرار گرفتن تیغه‌ی L-G
- ۶ - پالاینده (فیلتر) قرمز
- ۷ - لامپ کادمیوم
- ۸ - هسته و سیم‌پیچ آهن‌ربای الکتریکی
- ۹ - شکاف برای آزمایش مشاهده خطوط در راستای  $B$
- ۱۰ - پیچ بالا و پایین بر دوربین
- ۱۱ - پیچ پایه (برای تنظیم افقی دوربین به سمت لامپ)
- ۱۲ - پیچ بدنه (برای تنظیم ارتفاع دوربین)

شکل ۵



- لامپ کادمیوم را روشن کنید. پس از حدود ۵ دقیقه، خط قرمز کادمیوم با شدت کافی گسیل می‌شود.
  - چشمی تلسکوپ را به آرامی از درون لوله‌ی تلسکوپ خارج کنید.
  - درون لوله دوربین نگاه کنید. اگر دوربین دقیقاً به سمت لامپ نیست یا ارتفاع آن تنظیم نیست، به کمک پیچ‌های پایه (۱۱) و بدنه (۱۲)، آن را تنظیم کنید.
  - سیستم اپتیکی را به کمک پیچ ۱۰ جابه‌جا کنید تا یک نوار روشن پهن بر روی تیغه‌ی L-G مشاهده نمایید.
  - درون چشمی نشانه‌ای به شکل دو خط عمود بر هم وجود دارد که به آن «تاریست» یا «رتیکول» می‌گویند. با نگاه کردن از درون چشمی به یک زمینه‌ی روشن و جلو و عقب بردن عدسی چشمی درون لوله‌ی آن، تاریست را واضح کنید. دقت کنید که عدسی را زیاد بیرون نیاورید زیرا از درون لوله خارج می‌شود و امکان افتادن آن است. هر بار که شخص آزمایش‌کننده عوض می‌شود، این تاریست باید مجدداً تنظیم شود.
  - حال چشمی را در جای خود قرار دهید و با جلو یا عقب بردن آن، خط طیفی را کانونی نمایید. در این حالت باید خطوطی مانند شکل ۶ (قسمت ۰  $B = 0$ ) یا برعکس آن را مشاهده کنید. چشمی را بچرخانید تا تاریست به شکل ضربدر دیده شود.
۴. با چرخاندن پیچ (۱۰)، ناحیه‌ای از خطوط طیفی را انتخاب کنید که فاصله‌ی آنها هنگام پایین رفتن دوربین کم می‌شود (مانند شکل ۶-a). در این وضعیت با افزایش درجه میکرومتری، ردیف تداخلی افزایش می‌یابد. مرکز تاریست را بر مرکز اولین خط قابل مشاهده قرار دهید و میکرومتر ساعتی را صفر کنید.
- با چرخاندن پیچ (۱۰)، دوربین را به سمت پایین حرکت داده و مطمئن شوید که برای رسیدن به  $y_7$ ، میکرومتر ساعتی حدود یک دور خواهد چرخید.
۵. با چرخاندن پیچ (۱۰)، دوربین را به سمت بالا حرکت داده و مقابل خط اول تنظیم کنید. میکرومتر ساعتی را بخوانید. اگر مقدار میکرومتر ساعتی با صفر منطبق تفاوت زیادی داشته باشد، مرتکب خطا شده‌اید (مثلاً ممکن است پیچ میکرومتر ساعتی شل باشد). در این صورت پس از بررسی و رفع عیب، قسمت قبل را تکرار کنید.



شکل ۶ (a) : در غیاب میدان (b) : در حضور میدان

(b) قطبیده به موازات میدان (c) بدون قطبیده یا قطبیده  $45^\circ$  نسبت به میدان (d) قطبیده عمود بر میدان

### ج) تعیین توان جداسازی تیغهی لومر - گرک L-G

۶. تا زمانی که میدان مغناطیسی صفر است، فقط خطوط شکافته نشده را مشاهده می‌کنید که قطبیده نیستند و با چرخاندن قطبنده، تغییری در آنها به وجود نمی‌آید. با چرخاندن قطبنده (پلاروید) این موضوع را بررسی کنید.

۷. حال ولتاژ منبع تغذیه متصل به آهن‌ربای الکتریکی را روی صفر گذاشته و آن روشن کنید و جریان را به آرامی تا حدود ۱۶ آمپر زیاد کنید. مشاهده خواهید کرد که همزمان با زیاد شدن جریان، خطوط پهن شده و هر نوار روشن به سه نوار شکافته می‌شود. با چرخاندن ورقه‌ی قطبنده، سه وضعیت نشان داده شده در شکل ۶ (ناحیه‌ی  $B \neq 0$ ) را مشاهده و بررسی کنید. قطبنده را بچرخانید تا مرکز خطوط پهن شده، تاریک شود (شکل ۶-d). در این وضعیت شما دارید خطوط  $\sigma$  را مشاهده می‌کنید. دیده می‌شود که هم‌اکنون در مرکز رتیکول خطی وجود ندارد ولی پایین و بالای آن دو خط وجود دارد. هر دو خط پی‌درپی، مربوط به یک مرتبه‌ی تداخلی  $s$  هستند. برای سادگی، آنها را با  $y_s^U$  و  $y_s^L$  نام‌گذاری می‌کنیم. بسامد کدامیک بیشتر است؟

۸. ولتاژ منبع تغذیه را به آرامی صفر کنید. مشاهده خواهید کرد که خطوط شکافته شده دوبه‌دو به آرامی به هم نزدیک شده و در نهایت به هم می‌رسند. کمترین مقدار جریانی که در آن شکافتگی خطوط را می‌توانید مشاهده کنید یادداشت کنید.

۹. با تکرار مرحله‌ی قبل، دو مقدار دیگر برای  $I_{\min}$  به دست آورده و میانگین آنها را حساب کنید.

$$\overline{I_{\min}} = ( \dots \pm \dots ) A$$

۱۰. به کمک منحنی کالیبراسیون، میدان مغناطیسی متناظر با این جریان را به دست آورده و با کمک مقدار  $\frac{e}{m}$  داده شده در ابتدای دستورکار، مقدار  $\delta v$  و  $\delta \lambda$  را محاسبه کنید و از آنجا توان جداسازی تیغهی لومر - گرک،  $R.P. = \frac{\lambda}{\delta \lambda}$ ، را به دست آورید.

### د) تعیین نسبت بار به جرم الکترون

۱۱. منبع تغذیه را به آرامی صفر کنید. حال فقط خطوط شکافته نشده را مشاهده می‌کنید که با خطوط  $\pi$  هم مکان هستند ولی قطبیده نیستند. با چرخاندن پیچ (10)، دوربین را به سمت بالا حرکت داده و کمی بالاتر از اولین خط قرار دهید و سپس به آرامی آن را پایین آورید و روی اولین خط تنظیم کنید. میکرومتر ساعتی را بخوانید ( $y_1$ ) و در جدول بنویسید. (ممکن است  $y_1$  دقیقاً صفر نباشد) با ادامه دادن حرکت رو به پایین دوربین، مقادیر  $y_2$  تا  $y_7$  را نیز با دقت خوانده و در جدول بنویسید (ردیف وسط).

۱۲. دوربین را مجدداً بالا ببرید. ولتاژ منبع را به آرامی زیاد کرده و جریان را روی  $A = 14$  ثابت کنید.

مشاهده کنید که خط روشن در محل رتیکول ناپدید شده ولی به جای آن دو نوار روشن یکی بالاتر از رتیکول و دیگری پایین تر از رتیکول ظاهر می‌شوند. دوربین را کمی بالاتر از نوار بالایی قرار دهید. حال با حرکت دادن آرام دوربین به سمت پایین، به دقت تمام مقادیر  $y_1^U$  و  $y_1^L$  و  $y_2^U$  و  $y_2^L$  ... را خوانده و در ردیف دوم و چهارم جدول یادداشت کنید.

$$I = 14 A \quad B = \dots (T)$$

جدول ۲

s	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
$y_s^U$							
$y_s$							
$y_s^L$							

۱۳. آزمایش را برای جریان‌های ۱۶ و ۱۸ آمپری نیز تکرار کنید و نتایج را در جدول‌های مربوط بنویسید.

$$I = 16 \text{ A} \quad B = \dots\dots\dots (\text{T})$$

جدول ۳

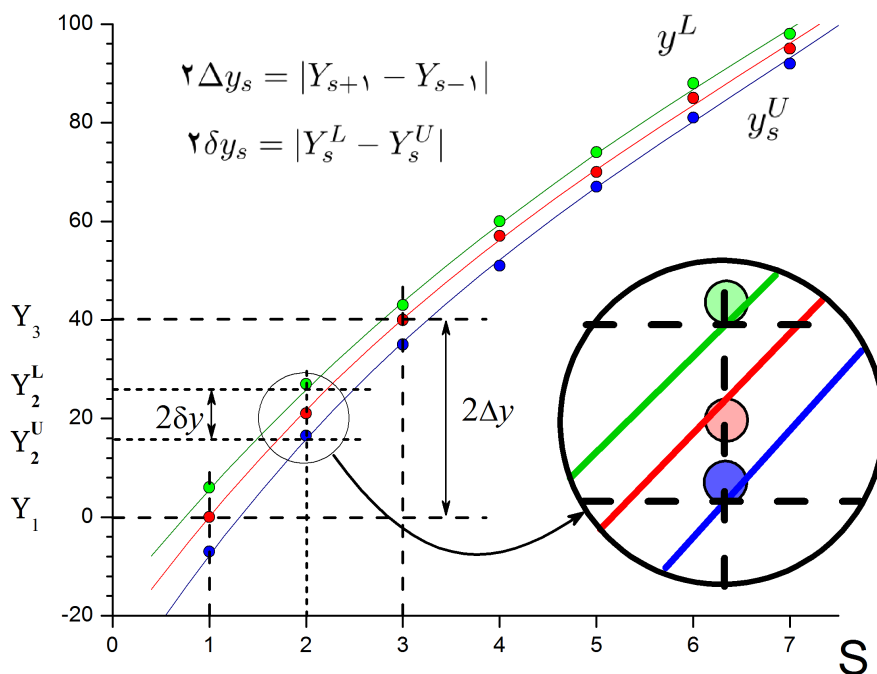
s	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
$y_s^U$							
$y_s$							
$y_s^L$							

$$I = 18 \text{ A} \quad B = \dots\dots\dots (\text{T})$$

جدول ۴

s	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
$y_s^U$							
$y_s$							
$y_s^L$							

۱۴. برای هر یک از جریان‌های ۱۴ و ۱۶ و ۱۸ آمپری، نمودارهای مقادیر خوانده شده  $y_s$  و  $y_s^U$  و  $y_s^L$  بر حسب  $s$  را رسم کنید و بهترین منحنی‌های مربوط به آن نقاط را رسم کنید. هر نمودار را می‌توانید روی نصف کاغذ میلی متری  $4A$  رسم کنید. دقت کنید که سه منحنی در هر نمودار باید تقریباً به موازات هم باشند و ممکن است از نقاط عبور نکنند (مانند شکل ۷).



شکل ۷

۱۵. به کمک نمودار رسم شده، مقادیر  $Y_s^U$  و  $Y_s^L$  و  $Y_s$  (محل تلاقی سه منحنی با خطوط قائم  $s = 1, 2, \dots, 7$ ) را به دست آورده و سپس  $2\delta y_s = |Y_s^L - Y_s^U|$  و  $2\Delta y_s = |Y_{s+1} - Y_{s-1}|$  را به ازای  $s = 2, 3, \dots, 6$  محاسبه کرده و در جدول (۵) بنویسید. به کمک رابطه‌ی (۷)، مقدار  $\delta v$  را به دست آورید و آن را هم در آخرین ردیف جدول بنویسید.

$$I = ۱۴ \text{ A}$$

جدول ۵

S	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
$Y_s$							
$Y_s^L$							
$Y_s^U$							
$2\Delta y_s =  Y_{s+1} - Y_{s-1} $							
$2\delta y_s =  Y_s^L - Y_s^U $							
$\delta\nu \quad (\times 10^{10} \text{ Hz})$							

۱۶. مقدار میانگین  $\bar{\delta\nu}$  و خطای آن را به دست آورید:  $\bar{\delta\nu} = ( \dots \pm \dots ) \text{ MHz}$

۱۷. به کمک  $\bar{\delta\nu}$ ، مقادیر  $\bar{\delta\lambda}$ ،  $e/m$  و خطای آنها را نیز محاسبه کنید.

$$\bar{\delta\lambda} = ( \dots \pm \dots ) \text{ nm} \quad e/m = ( \dots \pm \dots ) \text{ A.s/kg}$$

۱۸. با رسم جدول‌هایی مانند جدول شماره (۵)، محاسبات مشابهی برای جریان‌های ۱۶ و ۱۸ آمپری انجام دهید.

$$I = ۱۶ \text{ A}$$

جدول ۶

S	۲	۳	۴	۵	۶
$\delta\nu \quad (\times 10^{10} \text{ Hz})$					

$$\bar{\delta\nu} = ( \dots \pm \dots ) \text{ MHz}$$

$$\bar{\delta\lambda} = ( \dots \pm \dots ) \text{ nm} \quad e/m = ( \dots \pm \dots ) \text{ A.s/kg}$$

$$I = ۱۸ \text{ A}$$

جدول ۷

S	۲	۳	۴	۵	۶
$\delta\nu \quad (\times 10^{10} \text{ Hz})$					

$$\bar{\delta\nu} = ( \dots \pm \dots ) \text{ MHz}$$

$$\bar{\delta\lambda} = ( \dots \pm \dots ) \text{ nm} \quad e/m = ( \dots \pm \dots ) \text{ A.s/kg}$$

۱۹. میانگین نسبت بار به جرم الکترون را محاسبه کنید و با توجه به دقت آزمایش راجع به درستی عدد به دست آمده بحث کنید.

### به این پرسشها پاسخ دهید

۱. در هر یک از موارد زیر توضیح دهید که چه رخ می‌دهد و آیا در اندازه‌گیری  $\frac{e}{m}$  خطایی رخ خواهد داد؟

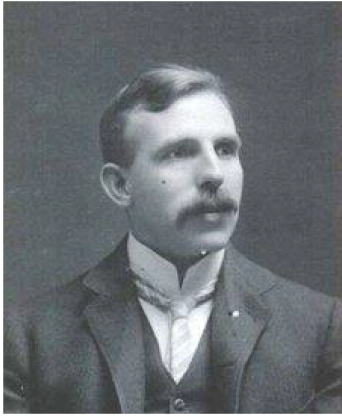
(الف) آمپرتر مورد استفاده خراب باشد (مثلاً تمام مقادیر جریان را دوبرابر مقدار واقعی نشان دهد).

(ب) تسلا متر درست کالیبره نشده باشد و مقادیر میدان را درست اندازه نگیرد.

۲. آیا محاسبه مقدار میانگین بین مقادیر  $\bar{\delta\nu}$  به دست آمده از جدول‌های (۵) و (۶) و (۷) بامعنی است؟ توضیح دهید.

۳. به کمک مقادیر داده شده برای تیغه‌ی L-G به کار برده شده، کمترین مقدار  $s$  (مرتبه تداخل پرتوهای که از درون تیغه لومر با زوایایی بسیار نزدیک به زاویه حد به سطح تیغه لومر می‌تابند) را به دست آورید.

۴. رابطه (۷) را به دست آورید.

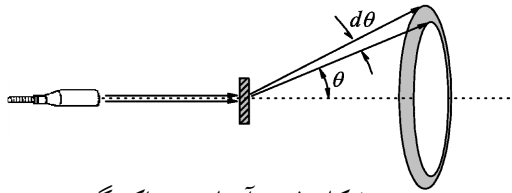


Rutherford

## تحقیق قانون پراکندگی (مدل اتمی راترفورد)

پراکندگی ذرات  $\alpha$ 

## زمینه نظری آزمایش



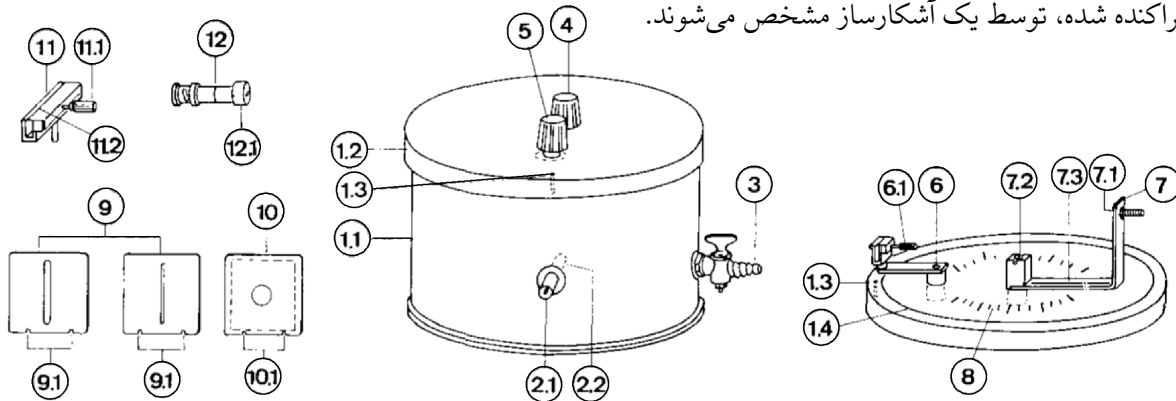
شکل ۱ - آزمایش پراکندگی

اگر ذرات آلفا به یک ورقه طلا برخورد نمایند، از مسیر خود منحرف خواهند شد (پراکنده می‌شوند). اکثر ذرات آلفا تحت زاویه ( $\theta$ ) کمتر از یک درجه پراکنده می‌شوند. تعداد بسیار کمی از ذرات زاویه‌ی پراکندگی ( $\theta$ ) نسبتاً بزرگ دارند که در حالت فرین تا  $180^\circ$  (پس پراکندگی) می‌رسد.

راترفورد<sup>۱</sup> این مشاهدات کیفی اولیه را با این فرض که هسته اتم‌های طلا بسیار کوچک‌اند، عملاً تمام جرم اتم را شامل می‌شوند و دارای بار مثبت هستند توجیه کرد. بر اساس این ایده، او توزیع زاویه‌ای آهنگ پراکندگی،  $N(\theta)$ ، را محاسبه کرد که صرفنظر از ضرایب تناسب (که در این آزمایش ثابت نگهداشته می‌شوند) به شکل زیر است:

$$N(\theta) \propto \sin^{-4} \left( \frac{\theta}{2} \right) \quad (1)$$

در این آزمایش با اندازه‌گیری تعداد ذرات آلفا،  $N$ ، که در یک دوره‌ی زمانی معین  $\Delta t$  در بازه‌ی  $d\theta$  حول زاویه میانگین  $\theta$  پراکنده می‌شوند، آهنگ پراکندگی محاسبه و از آنجا درستی رابطه‌ی (۱) بررسی خواهد شد. ذرات  $\alpha$  از چشمه آمیرسیوم-۲۴۱ بر روی ورقه طلا که در جلوی آن شکافی قرار گرفته است می‌تابد. ورقه طلا این ذرات را در زوایای گوناگون پراکنده می‌کند. ذرات آلفای پراکنده شده، توسط یک آشکارساز مشخص می‌شوند.



شکل ۲ - اجزای اتاقک پراکندگی

- |                                                                                       |                                                                                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱ - اتاقک شامل بدنه (1.1)، درپوش (1.2)، میخ تنظیم (1.3) و درزگیر (1.4)                | ۷ - بازوی مرکزی شامل: (7.1) محل نصب چشمه، (7.2) محل نصب گیره (11) و شکاف (7.3) برای خواندن درجه‌بندی (8) |
| ۲ - سرپیچ دوگانه BNC: (2.1) برای اتصال پیش‌تقویت کننده و (2.2) برای آشکارساز $\alpha$ | ۸ - درجه بندی درپوش                                                                                      |
| ۳ - شیر تخلیه                                                                         | ۹ - شکاف موازی ساز دارای شیار مخصوص (9.1) برای تنظیم قرار گرفتن در گیره (11)                             |
| ۴ - دستگیره‌ی چرخاننده‌ی بازوی مرکزی (7)                                              | ۱۰ - ورقه پراکنده‌ساز (طلا یا آلومینیوم)                                                                 |
| ۵ - دستگیره‌ی چرخاننده‌ی بازوی کناری (6)                                              | ۱۱ - گیره‌ی نگهدارنده                                                                                    |
| ۶ - بازوی کناری شامل پیچ محکم کننده‌گیره (6.1)                                        | ۱۲ - آشکارساز ( $\alpha$ ) دارای شکاف افقی (12.1) عمود بر شکاف                                           |

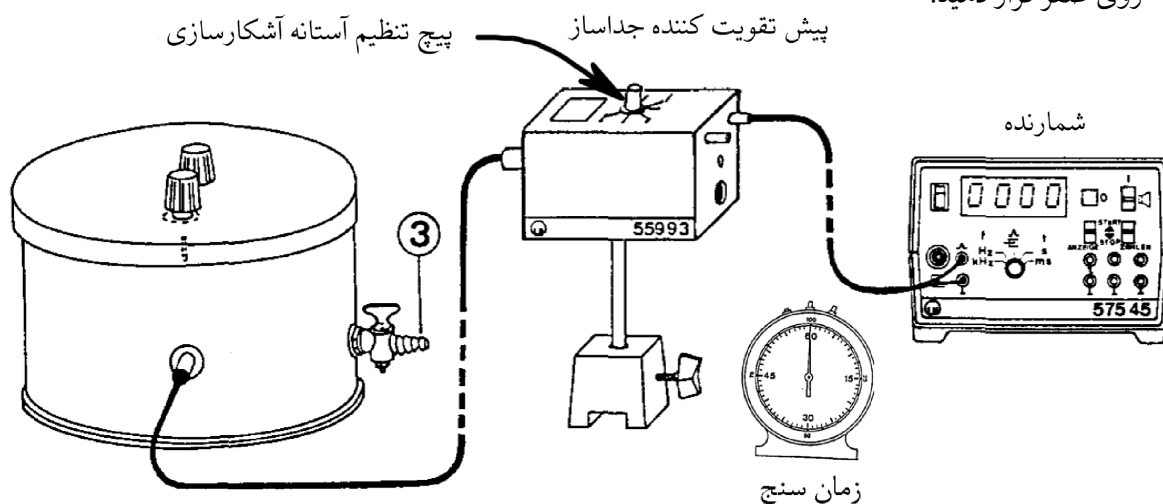
<sup>1</sup> Ernest Rutherford (1871-1937) - Nobel Prize laureate 1908 (Chemistry)

با چرخاندن آشکار ساز در هر دفعه مثلاً به اندازه‌ی ۵ درجه، می‌توان آهنگ پراکندگی را برای تمام زوایای پراکندگی از  $5^\circ$  تا  $180^\circ$  تعیین کرد. در این آزمایش آشکار ساز نمی‌چرخد بلکه چشمه، شکاف و ورقه‌ی طلا که بر روی یک بازوی مشترک نصب شده‌اند خواهند چرخید. آشکارساز ذرات  $\alpha$  محکم به دیواره‌ی اتاقک متصل است.

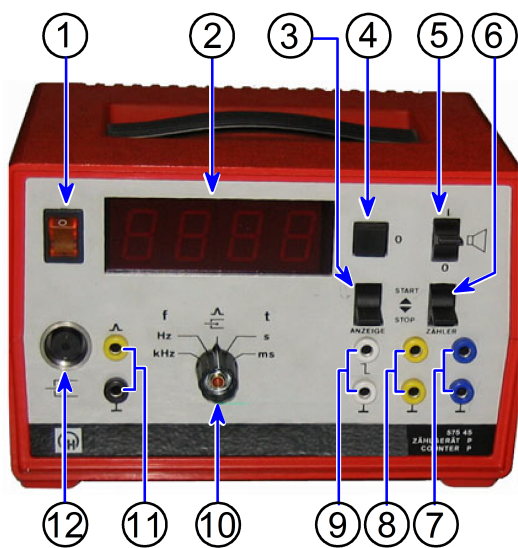
- توجه:
- چون برد ذرات آلفا در هوا بسیار کم است، این آزمایش را باید در خلاء انجام داد.
  - هرگز به ورقه طلا دست نزنید.
  - هوا را با دقت بسیار و به آرامی از اتاقک پراکندگی خارج یا وارد اتاقک کنید. در غیر این صورت ممکن است ورقه‌ی حساس طلا را از بین ببرید.
  - آشکار ساز را در معرض نور قرار ندهید. بهتر است اتاقک را با یک پارچه‌ی سیاه بپوشانید.

### روش کار

۱. اتاقک پراکندگی، پیش تقویت کننده‌ی جداساز<sup>۲</sup> و شمارشگر را مطابق شکل (۳) در مدار قرار دهید. پتانسیومتر جداساز را روی صفر قرار دهید.



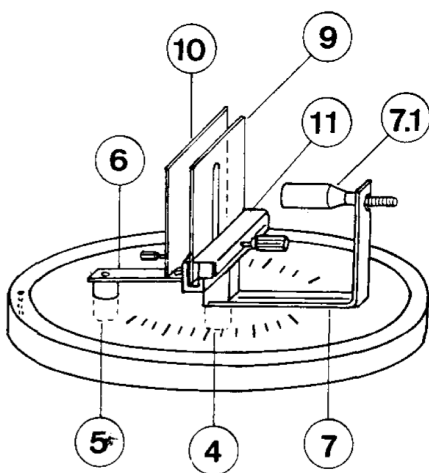
شکل ۳



شکل ۴

- ۱ - دکمه روشن / خاموش
- ۲ - صفحه نمایش
- ۳ - دکمه Start/Stop برای ثابت نگه داشتن عدد در حال نمایش (در حالی که شمارنده هنوز در حال شمارش است). با فشار دکمه Start شمارنده به وضعیت عادی برمی‌گردد.
- ۴ - دکمه Reset برای صفر کردن شمارنده
- ۵ - دکمه روشن/خاموش کن بلندگو
- ۶ - دکمه Start/Stop برای شروع شمارش یا قطع کردن شمارش
- ۷ تا ۹ - زوج ورودی‌ها برای Start/Stop کردن شمارنده:
- ۷ - برای Start
- ۸ - برای Stop
- ۹ - برای ثابت کردن صفحه نمایش
- ۱۰ - انتخابگر وضعیت شمارنده: (اندازه‌گیر بسامد (Hz و kHz)، شمارنده پالس و یا زمان‌سنج (s و ms))
- ۱۱ - ورودی پالس مورد اندازه‌گیری (حداکثر ۶۰ ولت)
- ۱۲ - ورودی کابل هم‌محور برای اتصال لامپ‌های شمارشگر مخصوص

۲. درب اتاقک را بردارید. چشمه را در محل خود در داخل اتاقک نصب کنید و آن را در مکان  $15^\circ +$  قرار دهید.



شکل ۵

۳. مطابق شکل ۵، شکاف  $5\text{ mm}$  را در گیره‌ی نگهدارنده‌ی مرکزی (11) قرار دهید به طوری که ذرات آلفا به طور عمودی بر آن فرود آیند. سپس ورقه‌ی طلا (10) را در گیره‌ی نگهدارنده‌ی کناری (6) وارد کرده و آن را به موازات شکاف  $5\text{ mm}$  قرار دهید. بررسی کنید که با چرخاندن نگهدارنده‌ی کناری، ورقه‌ی طلا بتواند براحتی و بدون برخورد با شکاف و گیره‌ی آن در سر راه ذرات  $\alpha$  قرار گیرد یا به کناری برود.

۴. درب اتاقک را بگذارید. شیر تخلیه را ببندید و لوله لاستیکی را به آن وصل کنید. پمپ تخلیه را روشن کنید و سپس به آرامی شیر تخلیه را باز کنید تا پمپ بتواند هوای درون اتاقک را تخلیه کند. پس از حدود یک دقیقه، شیر تخلیه را ببندید و سپس پمپ را خاموش کنید.

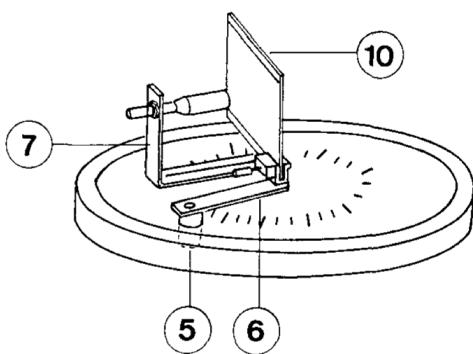
۵. ورقه‌ی طلا را کنار ببرید (نزدیک دیواره اتاقک) و چشمه را در مکان  $5^\circ$  قرار دهید. تعداد ذرات آلفای پراکنده در  $5$  دقیقه را در غیاب ورقه‌ی طلا بشمارید و در جدول زیر یادداشت کنید. حال ورقه‌ی طلا را در مسیر پرتو آلفا قرار دهید و آزمایش را تکرار کنید.

۶. با چرخاندن چشمه، مرحله‌ی ۵ را برای زوایای  $10^\circ$ ،  $15^\circ$ ،  $20^\circ$  و  $25^\circ$  تکرار کنید.

جدول ۱

زاویه $\theta$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$
فقط شکاف $5\text{ mm}$ $N(\theta)$					
شکاف همراه با ورقه‌ی طلا $N(\theta)$					

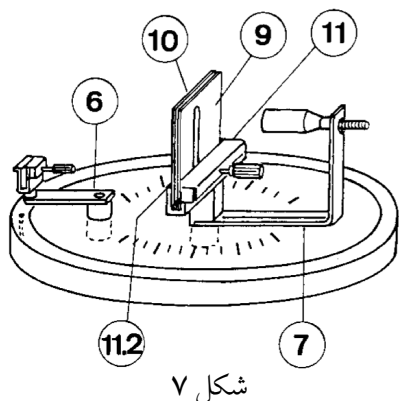
آیا زوایایی وجود دارند که در آنها تعداد آلفای شمارش شده مربوط به شکاف تنها بیشتر از حالتی باشد که ورقه‌ی طلا در مسیر پرتو قرار گرفته باشد؟ حالت برعکس آن چطور؟ توضیح دهید که چگونه پراکندگی می‌تواند چنین اثری بگذارد.



شکل ۶

۷. لوله لاستیکی را از شیر جدا کنید و شیر هوا را به آرامی باز کنید. درب اتاقک را بردارید. شکاف و نگهدارنده‌ی آن (11) را از اتاقک خارج کنید. چشمه را در مکان حدود  $120^\circ$  قرار دهید و ورقه‌ی طلا را در مقابل آن ثابت کنید. برای تنظیم بهتر می‌توانید به جای وسط ورقه طلا، لبه آن را در نگهدارنده کناری (6) قرار دهید. درب اتاقک را بگذارید و آن را به آرامی تخلیه کنید (بند ۴) و سپس ورقه‌ی طلا را  $5$  دقیقه مورد بمباران ذرات قرار دهید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$N(120^\circ) = \dots\dots\dots$$



شکل ۷

۸. لوله لاستیکی را از شیر جدا کنید و شیر هوا را به آرامی باز کنید. درب اتاقک را برداشته و مطابق شکل ۷، شکاف ۵ mm و ورقه طلا را به آرامی بر روی هم قرار داده و در نگهدارنده مرکزی محکم کنید به طوری که شکاف به طرف چشمه باشد. نگهدارنده (۶) را کنار ببرید تا اختلالی در اندازه‌گیری به وجود نیاید. درب اتاقک را بگذارید و آن را تخلیه کنید.

۹. برای هر زاویه‌ی مشخص شده در جدول ۲، در مدت زمان  $\Delta t$  تعداد ذرات آلفا،  $N(\theta)$ ، را بشمارید.

$$(\Delta t \geq 2 \text{ min})$$

• زمان اندازه‌گیری باید دستکم ۲ دقیقه باشد:

$$(N(\theta) \geq 10)$$

• تعداد ذرات آلفا باید دستکم ۱۰ ذره باشد:

توجه داشته باشید که:

جدول ۲

$\theta$ زاویه (درجه)	-۳۰	-۲۰	-۱۰	-۵	۰	۵	۱۰	۲۰	۳۰
$N$ (۵ mm)									
$\Delta t$									

۱۰. شکاف ۱ mm را به جای ۵ mm قرار دهید و مرحله قبل را برای زوایای خواسته شده تکرار کنید.

جدول ۳

$\theta$ زاویه (درجه)	-۲۰	-۱۵	-۱۰	-۵	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰
$N$ (۱ mm)									
$\Delta t$									

۱۱. آهنگ شمارش،  $\mathcal{N}(\theta) = \frac{N(\theta)}{\Delta t}$ ، (تعداد ذرات پراکنده در واحد زمان - مثلاً ثانیه) را برای هر شکاف محاسبه کنید.

۱۲. منحنی  $\ln \mathcal{N}(\theta)$  بر حسب  $\theta$  را رسم کنید. سعی کنید که منحنی‌های رسم شده دارای محور تقارن قایم (که الزاماً از مبداء نمی‌گذرد) باشد. (هر دو نمودار را به طور مناسب بر روی یک کاغذ میلی‌متری رسم کنید).

جدول ۴

$\theta$ زاویه	-۳۰	-۲۰	-۱۵	-۱۰	-۵	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۳۰
$\mathcal{N}(\theta; 5 \text{ mm})$			-						-		
$\ln \mathcal{N}(\theta)$			-						-		
$\mathcal{N}(\theta; 1 \text{ mm})$	-										-
$\ln \mathcal{N}(\theta)$	-										-

### خطای شمارش:

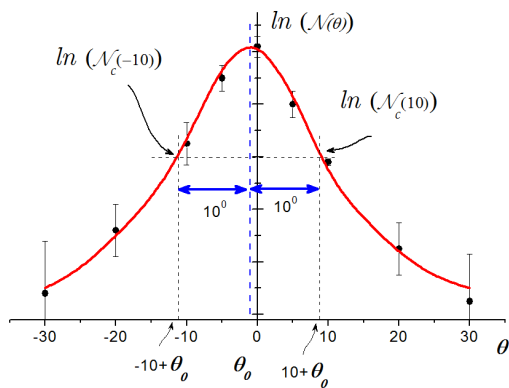
• پراکندگی یک فرایند کاتوره‌ای است. اگر تعداد ذره شمارش شده در بازه زمانی و شرایط هندسی معین و ثابت،  $N(\theta)$ ، را اندازه بگیریم، با تکرار اندازه‌گیری مشاهده می‌شود که توزیع فراوانی  $N(\theta)$  بسیار شبیه توزیع گاوسی با قله‌ای در  $\overline{N(\theta)}$  و پهنایی تقریباً برابر با  $\sqrt{\overline{N(\theta)}}$  می‌شود. برای چنین تابع توزیع گاوسی،  
 الف) احتمال آنکه یک اندازه‌گیری در بازه  $[\overline{N} - \sigma, \overline{N} + \sigma]$  قرار بگیرد بیش از ۶۸٪ است.  
 ب) احتمال آنکه یک اندازه‌گیری در بازه  $[\overline{N} - 3\sigma, \overline{N} + 3\sigma]$  قرار بگیرد بیش از ۹۹٪ است. به عبارت دیگر، تقریباً تمامی اندازه‌گیری‌ها در بازه  $\pm 3\sigma$  حول محتمل‌ترین مقدار خواهد بود. این موضوع به قاعده  $3\sigma$  معروف است.



با فرض آنکه مقدار اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه تقریباً همان  $\overline{N(\theta)}$  باشد (باید خیلی خوش شانس باشیم!)، مقدار خطای شمارش را  $\Delta N = 3\sqrt{N(\theta)}$  بگیرید. خواهیم داشت  $\mathcal{N}(\theta) \in \frac{N \pm 3\sqrt{N}}{\Delta t} = \frac{N}{\Delta t} \left(1 \pm \frac{3}{\sqrt{N}}\right)$  و در نتیجه:

$$\ln \mathcal{N}(\theta) \in \left[ \ln \mathcal{N}(\theta) + \ln \left(1 - \frac{3}{\sqrt{N(\theta)}}\right), \ln \mathcal{N}(\theta) + \ln \left(1 + \frac{3}{\sqrt{N(\theta)}}\right) \right] \quad (2)$$

۱۳. برای هر نقطه، میله‌های عمودی مناسبی مطابق معادله (۲) رسم کنید. منحنی رسم شده با تقریب خیلی خوبی باید از داخل این میله‌ها بگذرد.



شکل ۸

### تصحیح خطای صفر:

• در صورتی که در اندازه‌گیری زوایا خطایی وجود نداشته باشد، قله منحنی  $\mathcal{N}(\theta)$  باید در  $\theta = 0$  قرار داشته باشد در غیر این صورت باید خطای اندازه‌گیری زوایا را تصحیح کنیم و مقادیر تصحیح شده  $\mathcal{N}_c(\theta)$  را به گونه‌ای به دست آوریم که بیشینه آن در  $\theta = 0$  باشد.  $\max \mathcal{N}_c(\theta) = \mathcal{N}_c(0)$ . اگر منحنی‌های رسم شده حول  $\theta = 0$  متقارن نباشد، محل بیشینه منحنی را به طور تقریبی تعیین کنید ( $\theta_0$ ).

از آنجا که قله  $\ln \mathcal{N}(\theta)$  (و همچنین  $\mathcal{N}(\theta)$ ) در  $\theta_0$  قرار دارد، برای محاسبه  $\ln \mathcal{N}_c(\theta)$  کافی است که مقدار  $\ln \mathcal{N}$  را به کمک منحنی رسم شده، در فاصله  $\theta$  از محل قله یعنی در  $(\theta + \theta_0)$  به دست آوریم به عبارت دیگر:  $\ln \mathcal{N}_c(\theta) = \ln \mathcal{N}(\theta + \theta_0)$ . ۱۴. به کمک منحنی رسم شده، مقادیر تصحیح شده  $\ln \mathcal{N}_c(\theta)$  را برای تمام زوایای خواسته شده در جدول (۵) به دست آورید و سپس  $\mathcal{N}_c(\theta)$  را محاسبه کرده و در جدول بنویسید.

۱۵. نمودار  $\ln \mathcal{N}_c(\theta)$  بر حسب  $\ln \left( \sin \left( \frac{\theta}{4} \right) \right)$  را برای زوایای بزرگتر از ۵ درجه رسم کنید. آیا این نمودار، یک خط مستقیم است؟ اگر چنین است، شیب آن چقدر است؟ آیا به کمک این نمودار و رابطه (۱) می‌توانید درستی قانون پراکندگی رادرفورد را تایید کنید؟

۱۶. به طور میانگین، تعداد ذرات  $\alpha$  که از شکاف ۵ میلی‌متری عبور می‌کند مضربی از تعداد ذراتی است که از شکاف ۱ میلی‌متری عبور می‌کند.

مقادیر  $K$  (که ضریب تبدیل نامیده می‌شود) را محاسبه و در جدول ۵ بنویسید و سپس ضریب تبدیل میانگین را محاسبه کنید.

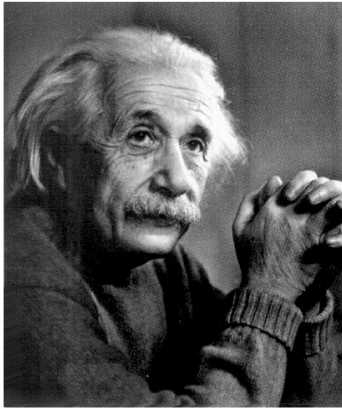
جدول ۵

$\theta$ زاویه (درجه)	-۳۰	-۲۰	-۱۵	-۱۰	-۵	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۳۰
$\mathcal{N}_c(\theta; 5 \text{ mm})$											
$\mathcal{N}_c(\theta; 1 \text{ mm})$											
$K$											

$\overline{K} = \dots\dots\dots$  ضریب تبدیل میانگین

۱۷. اگر ابتدا  $\ln(K) = \ln(\mathcal{N}_c(\theta; 5 \text{ mm})) - \ln(\mathcal{N}_c(\theta; 1 \text{ mm}))$  و سپس متوسط  $\ln(K)$  را به دست آورید و پس از آن  $\overline{K}$  متوسط را حساب کنید، چه تفاوتی می‌کند؟ دلیل آن را به زبان ریاضی توضیح دهید.





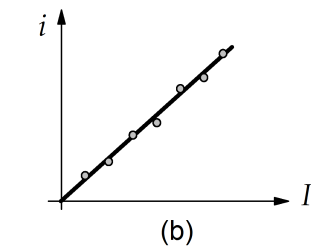
Einstein



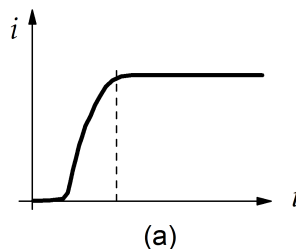
Planck

## تعیین ثابت پلانک با استفاده از اثر فوتوالکتریک

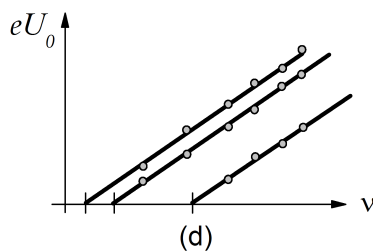
### زمینه نظری آزمایش



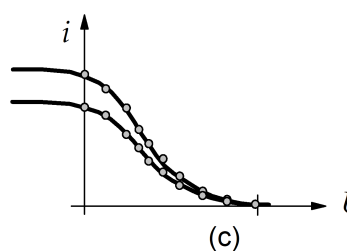
(b)



(a)



(d)



(c)

می‌توان با تاباندن نوری با طول موج مناسب ( $\lambda$ ) به سطح یک فلز، باعث کندن شدن الکترون‌ها از آن سطح گردید. تعداد الکترون‌های کنده شده (در واحد زمان) به شدت نور فرودی،  $I$ ، بستگی دارد در حالی که انرژی آنها فقط به بسامد نور ( $\nu$ ) وابسته است.

نتایج تجربی آزمایش‌های در ارتباط با این پدیده در شکل ۱ نشان داده شده است. غیر از نمودار ۱-b هیچ یک از دیگر نتایج را نمی‌توان به کمک نظریه‌ی کلاسیک توجیه کرد.

شکل ۱

این پدیده اثر فوتوالکتریک<sup>۱</sup> نام دارد و نتایج به دست آمده را می‌توان طبق نظریه‌ی اینشتین<sup>۲</sup> چنین توجیه کرد که:

۱ - « نور » جریانی از فوتون‌هاست که انرژی هر یک از آنها  $E = h\nu$  است

۲ - هر « فوتوالکتریک » با گرفتن انرژی لازم توسط جذب فقط یک فوتون منفرد، از فلز گسیل می‌شود.

اینشتین انرژی هر فوتون را برابر با  $E = h\nu$  فرض کرد که در آن  $h$  همان ثابت پلانک است که پلانک<sup>۳</sup> قبلاً برای توجیه تابش جسم سیاه آن را معرفی کرده بود. اگر کمترین مقدار انرژی لازم برای کندن الکترون از یک فلز را که تابع کار نامیده می‌شود با  $\phi$  نشان دهیم، رابطه‌ی اینشتین برای انرژی جنبشی (غیر نسبیتی) چنین خواهد شد:

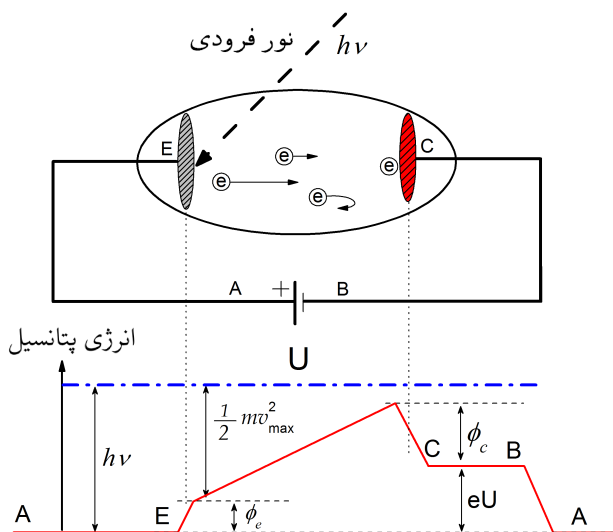
$$\frac{1}{2} m v^2 \leq \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h\nu - \phi \quad (1)$$

تابع کار بیانگر آن است که انرژی یک الکترون ساکن دقیقاً در مجاورت یک فلز و خارج از آن به اندازه‌ی  $\phi$  بیشتر از الکترونی است که در مجاورت سطح فلز ولی درون آن است و در نتیجه دارای پتانسیلی به اندازه‌ی  $\phi/e$  کمتر است. در نتیجه برای آن که الکترونی بتواند — با انرژی جنبشی قابل چشم‌پوشی — وارد یک فلز بشود، باید پتانسیل آن در مجاورت فلز دست کم به اندازه‌ی  $\phi/e$  کمتر از پتانسیل فلز باشد. بر این اساس اگر دو فلز متفاوت تابع کار آنها  $\Delta\phi$  است را با سیمی به هم متصل کنیم، بین دو نقطه مجاور سطوح آنها اختلاف پتانسیلی برابر  $\frac{\Delta\phi}{e}$  وجود خواهد داشت.

<sup>۱</sup> اینشتین به خاطر نظریه‌اش در باره‌ی این پدیده (و نه به دلیل ارائه‌ی نظریه‌ی نسبیت!) جایزه‌ی نوبل را برد.

<sup>۲</sup> Albert Einstein (1879-1955) - Nobel Prize laureate 1921

<sup>۳</sup> Max Karl Ernst Ludwigi Planck (1858-1947) - Nobel Prize laureate 1918



شکل ۲

به دلیل وجود یک مدار بسته شامل باتری U که قطب مثبت آن به کاتد (که گسیلنده<sup>۴</sup> الکترون است) بسته شده است، همزمان با پیشروی این الکترون به طرف آند (فلز جمع‌آوری‌کننده<sup>۵</sup> الکترون‌ها)، از انرژی جنبشی آن کاسته و به انرژی پتانسیل آن افزوده می‌شود به گونه‌ای که درست هنگام رسیدن به کلکتور، انرژی پتانسیل به اندازه  $eU + (\phi_c - \phi_e)$  افزایش یافته و به همین اندازه از انرژی جنبشی آن کم می‌شود. (به نمودار زیر شکل ۱ نگاه کنید). دلیل جمله  $(\phi_c - \phi_e)$  این است که در غیاب باتری ( $U = 0$ )، کلکتور و امیتر به دلیل آن که با سیم به یکدیگر متصل شده‌اند، هم‌پتانسیل اند ولی دقیقاً در مجاورت امیتر پتانسیل به اندازه  $\phi_e/e$  و دقیقاً در مجاورت کلکتور پتانسیل به اندازه  $\phi_c/e$  کمتر از آنهاست و در نتیجه بین دو نقطه مجاور آن دو اختلاف پتانسیلی برابر  $(\phi_c - \phi_e)$  وجود دارد. (بدیهی است الکترون‌های با انرژی اولیه کمتر، قبل از رسیدن به کلکتور، به سمت امیتر بازمی‌گردند).

فوتوالکترون‌های رسیده به کلکتور تولید یک جریان (بسیار ضعیف) به نام جریان فوتوالکتریک  $i$  می‌کنند. با افزایش ولتاژ باتری،  $U$ ، جریان فوتوالکتریک کاهش می‌یابد زیرا تعداد الکترون‌هایی که می‌توانند بر پتانسیل ترمزی غلبه کنند مرتب کم می‌شود. این وضعیت به حالت نوار رسانشی که الکترون‌ها از آن تولید شده‌اند، به بزرگی مؤلفه سرعتشان در جهت میدان الکتریکی ترمزی و به فرایندهای برخورد که برای الکترون‌ها در مسیرشان پیش می‌آید بستگی دارد.

اگر در ولتاژ  $U_0$  حتی آن دسته از الکترون‌هایی که از لایه بالائی نوار رسانش (دارای انرژی بستگی برابر با تابع کار) و در جهت میدان الکتریکی گسیل می‌شوند هم نتوانند به کلکتور برسند، جریان فوتوالکتریک صفر خواهد شد. به همین دلیل به  $U_0$  «پتانسیل ترمزی» گفته می‌شود. در این حالت انرژی جنبشی سریع‌ترین الکترون‌ها در سطح امیتر درست برابر با انرژی پتانسیل الکتریکی آنها در نزدیکی کلکتور خواهد بود و داریم:

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = e U_0 + (\phi_c - \phi_e) \tag{۳}$$

با استفاده از روابط (۲) و (۳) به دست می‌آید:

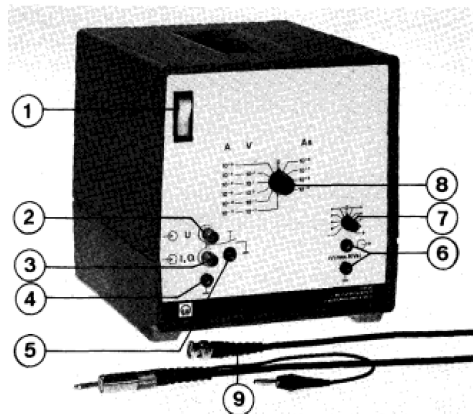
$$e U_0 = h\nu - \phi_c \tag{۴}$$

بنابراین نمودار  $eU_0$  برحسب  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  یک خط راست با شیب  $h$  و عرض از مبدا  $-\phi_c$  خواهد بود.

اندازه‌گیری‌ها با استفاده از یک سلول فوتوالکتریک قلبی انجام خواهد گرفت. نور پس از عبور از درون کلکتور حلقه‌ای شکل پلاتینی به یک لایه پتاسیم برخورد می‌کند.

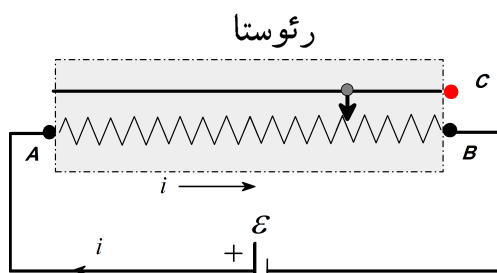
<sup>4</sup> Emitter

<sup>5</sup> Collector



شکل ۳

- |                                 |                    |
|---------------------------------|--------------------|
| ۱ - کلید روشن/خاموش             | ۶ - ولتاژ خروجی    |
| ۲ - ورودی ولتاژ                 | ۷ - دکمه تنظیم صفر |
| ۳ - ورودی جریان/بارالکتريکی     | ۸ - ضریب تقویت     |
| ۴ - اتصال زمین (مشترک ورودی‌ها) | ۹ - سیم‌های رابط   |
| ۵ - کلید اتصال کوتاه داخلی      |                    |



شکل ۴

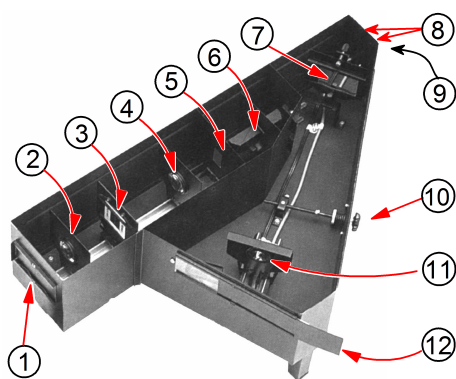
- چون جریان فوتوالکتريک بسیار ضعیف است، در این آزمایش از یک تقویت‌کننده استفاده می‌شود. این تقویت‌کننده می‌تواند سه نوع ورودی (بارالکتريکی، ولتاژ و جریان) را گرفته، تقویت کرده و به صورت ولتاژی در خروجی اش بفرستد. برای مثال اگر ورودی مانند این آزمایش از نوع "جریان" باشد و تقویت‌کننده روی پله  $10^{-11}$  آمپر باشد و صفر تقویت‌کننده نیز تنظیم شده باشد، اگر جریان  $10^{-11} \times 1/2$  آمپر وارد تقویت‌کننده شود، ولتاژی برابر  $1/2$  ولت در خروجی ظاهر می‌شود.

### ساختن ولتاژ متغیر به کمک باتری و رئوستا

- رئوستا سه سر دارد. دو سر آن (A و B) معمولاً به رنگ مشکی بوده و به دو انتهای یک مقاومت R بسته شده‌اند. سر سوم (C) معمولاً به رنگ قرمز است و به یک لغزنده متصل است که می‌تواند روی سطح آن مقاومت بلغزد. با جابه‌جا کردن لغزنده، سر سوم به یکی از سرهای انتهایی نزدیک و همزمان از سر دیگر دور می‌شود. اگر مانند شکل (۴) به دوسر انتهایی A و B رئوستا، یک باتری با نیروی محرکه‌ی  $\mathcal{E}$  ببندیم، از درون مقاومت جریانی برقرار می‌شود و بین دوسر مقاومت، اختلاف پتانسیلی برابر با  $\mathcal{E}$  بوجود می‌آید. با جابه‌جا کردن لغزنده، می‌توان ولتاژ سر وسط را نسبت به نقطه A از صفر تا  $-\mathcal{E}$  و نسبت به نقطه B از صفر تا  $+\mathcal{E}$  تغییر داد. این منبع تغذیه فقط برای مواردی که جریان کمی از آن گرفته شود مناسب است.

- هرگز هنگامی که یک سر ثابت رئوستا به یک قطب باتری بسته شده است، نباید سر لغزنده رئوستا را به قطب دیگر باتری بست زیرا در اثر جابه‌جا کردن سر لغزنده، ممکن است مقاومت متصل به دوسر باتری بسیار کم شود و در نتیجه جریان زیادی از باتری گرفته شده و باتری را خراب کند.

### تنظیم دستگاه



شکل ۵

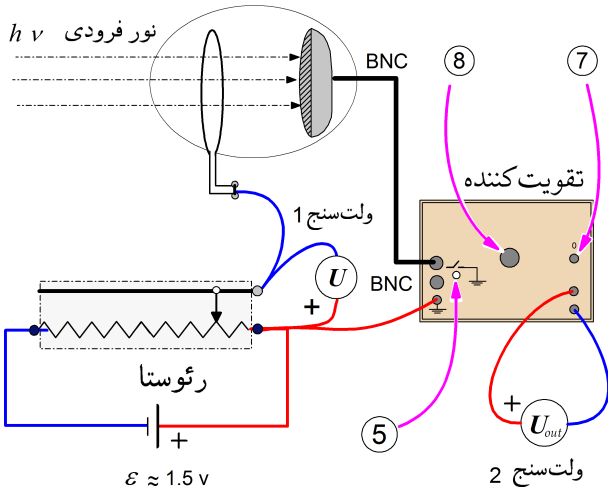
- |                     |                                             |
|---------------------|---------------------------------------------|
| ۱ - دریچه ورودی نور | ۷ - آینه                                    |
| ۲ - عدسی کانونی‌ساز | ۸ - اتصالات آند                             |
| ۳ - شکاف            | ۹ - اتصال BNC سلول فوتوالکتريک              |
| ۴ - عدسی موازی‌ساز  | ۱۰ - پیچ جابه‌جا کننده محل سلول فوتوالکتريک |
| ۵ - روزنه           | ۱۱ - روزنه و عدسی کانونی‌ساز                |
| ۶ - منشور           |                                             |

- لامپ جیوه را در فاصله‌ی ۱ cm جلوی دریچه‌ی ورود نور دستگاه قرار دهید و آن را روشن کنید.
- به کمک عدسی (۲)، تصویر لامپ جیوه را روی شکاف تشکیل دهید.
- یک صفحه کاغذی در جلوی سلول فوتوالکتريک قرار دهید و به کمک عدسی (۴)، روزنه (۵)، منشور (۶) و آینه (۷) طیف واضحی بر روی کاغذ ایجاد کنید.

- کاغذ را خارج کرده و آینه (۷) را طوری تنظیم کنید که با پیچاندن پیچ (۱۰) بتوان هر یک از خطوط طیفی را بر روی شکاف و سلول فوتوالکتريک تاباند. دریچه ورود نور (۱) را ببندید.

★ از نگاه کردن به لامپ جیوه خودداری کنید. نور آن دارای پرتوهای فرابنفش است و برای چشم ضرر دارد.

روشن کار



شکل ۶

ابتدا مدار دستگاه اندازه‌گیری ثابت پلانک را مطابق شکل ۶ ببندید. دو ورودی هم‌شکل در دستگاه پلانک به دو سر آند حلقه‌ای متصل‌اند (شماره ۸ در شکل ۵). در این آزمایش آنها را به هم وصل کنید. یک ورودی دیگر هم روی دستگاه وجود دارد (شماره ۹ در شکل ۵) که از نوع BNC است و از داخل دستگاه پلانک، به کاتد متصل است. این ورودی، با سیم مخصوصی مستقیماً به تقویت‌کننده وصل می‌شود.

به کمک کلید ۸، تقویت‌کننده را روی پله ۱۱-۱۰ آمپر

قرار داده و آن را روشن کنید. کلید ۵ تقویت‌کننده را فشار دهید. با این کار ورودی‌های تقویت‌کننده از داخل آن به هم وصل می‌شوند و ولتاژ ورودی به تقویت‌کننده صفر خواهد بود. در این وضعیت باید ولتاژ خروجی  $U_{out}$  نیز صفر باشد. به کمک پیچ تنظیم صفر شماره ۷ ولتاژ خروجی را صفر کنید. حال کلید ۵ را رها کنید. تذکر: هنگامی که نور به داخل دستگاه پلانک وارد نمی‌شود، با فشردن کلید ۵ نباید تغییری در وضعیت ولت سنچ ۲ مشاهده شود. در غیر این صورت توصیه می‌شود که بدنه دستگاه پلانک و اتصال زمین تقویت‌کننده را به زمین آزمایشگاه وصل کنید.

**الف) تحقیق عدم بستگی پتانسیل ترمزی به شار فرودی**

۱. ولتاژ  $U$  ولت سنچ ۱ را به کمک رئوستا صفر کنید و خط پرشدت آبی/نیلی طیف جیوه را بر روی سلول بیندازید.

۲. حال دریچه ورودی نور را ببندید و به روش بیان شده، مطمئن شوید که صفر تقویت‌کننده هنوز تنظیم است. سپس دریچه را باز کنید و با اندازه‌گیری ولتاژ خروجی، جریان  $i$  را اندازه بگیرید. با چرخاندن پیچی که محل روزنه‌ی جلوی سلول فوتوالکتریک را تغییر می‌دهد، شار فوتونی  $I$  (و در نتیجه جریان فوتوالکتریک  $i$ ) را تغییر دهید تا به بیشینه مقدارش،  $i_{max}$ ، برسد. این جریان بیشینه را اندازه بگیرید و در جدول ۱ بنویسید.

۳. حال  $U$  را به آرامی افزایش دهید تا جریان صفر شود. این مقدار را یادداشت کنید (مقدار تقریبی پتانسیل ترمزی  $U_0$ ).

۴.  $U$  را دوباره صفر کنید و به آرامی برای دست‌کم ۱۰ ولتاژ متفاوت (بین صفر تا ولتاژی که به دست آوردید)، جریان فوتوالکتریک را اندازه گرفته و در جدول بنویسید. (در ولتاژهای نزدیک  $U_0$  تقریبی، داده‌های بیشتری تهیه کنید).

۵. دو مرحله‌ی بالا را برای وضعیتی که در  $U = 0$  جریان حدوداً  $0.7 i_{max}$  و  $0.5 i_{max}$  است تکرار کنید. برای این کار می‌توانید از پیچی که مکان شکاف را جابه‌جا می‌کند کمک بگیرید.

جدول ۱  $U_0 \approx \dots\dots\dots$

( آبی / نیلی )	U	۰	۰/۱					
$i_{max}$	$i$							
$0.7 i_{max}$	$i$							
$0.5 i_{max}$	$i$							

۶. سه منحنی  $i$  برحسب  $U$  مربوط به رنگ آبی در سه شار فوتونی متفاوت را روی یک کاغذ میلی‌متری رسم کنید و محل برخورد هر منحنی با محور افقی که همان  $U_0$  است را دقیقاً تعیین کنید و در جدول بنویسید. آیا پتانسیل ترمزی مستقل از شار فوتونی است؟ آیا این مقادیر با مقدار تقریبی به دست آمده در مرحله‌ی (۴) یکسان‌اند؟

**ب) اندازه‌گیری ثابت پلانک**

۷. حال که مستقل بودن پتانسیل ترمزی از شار فوتونی را تحقیق کردید، بندهای (۱) تا (۳) را برای تمامی خطوط طیفی جیوه تکرار کنید. برای هر رنگ، مرحله‌ی ۳ را چند بار تکرار کنید و سپس متوسط مقادیر اندازه‌گیری شده را به عنوان پتانسیل ترمزی برای هر رنگ یادداشت کنید. برای هر رنگ، جریان فوتوالکتریک بیشینه را نیز یادداشت کنید. (رنگ فیروزه‌ای ضعیف است و ممکن است بسختی دیده شود.)

جدول ۲

$i_{\max}$	تکرار	۱	۲	۳	۴	۵	مقدار متوسط $U_0$	رنگ
	$U_0 =$							زرد
	$U_0 =$							سبز
	$U_0 =$							فیروزه‌ای
	$U_0 =$							آبی
	$U_0 =$							بنفش

۸. طول موج خطوط جیوه در ابتدای دستورکار آمده است. به کمک آن مقادیر و با توجه به ارقام معنی‌دار، بسامد هر یک از خطوط جیوه را به دست آورید و به همراه ولتاژهای ترمزی در جدول ۳ بنویسید.

جدول ۳

رنگ	زرد	سبز	فیروزه‌ای	آبی	بنفش
$\nu$ (بسامد $\times 10^{14}$ Hz)					
$U_0$ (V) پتانسیل ترمزی					

۹. منحنی تغییرات مقادیر  $eU_0$  (بر حسب الکترون‌ولت) به دست آمده برحسب  $\nu$  را رسم کنید و با اندازه‌گیری شیب و عرض از مبدا آن ثابت پلانک  $h$  و تابع کار را بدست آورید. خطای این مقادیر را نیز به دست آورید. بسامد آستانه  $\nu_0$  را نیز به دست آورید.

**ج) بستگی بیشینه‌ی جریان فوتوالکتریک به بسامد**

۱۰.  $i_{\max}$  را برحسب  $\nu$  به صورت نمودار میله‌ای رسم کنید. از این نمودار چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ آیا بین رنگ لامپ جیوه که با چشم دیده می‌شود و منحنی رسم شده ارتباطی وجود دارد؟

**به این پرسشها پاسخ دهید**

- ۱ - اگر به جای استفاده از کاتد پتاسیمی از امیتر دیگری (مثلاً مسی) استفاده می‌کردیم، انتظار داشتید چه تغییراتی در مقادیر اندازه‌گیری شده به وجود می‌آمد؟ (پتانسیل ترمزی، تابع کار، ثابت پلانک، انجام پدیده‌ی فوتوالکتریک در هر بسامدی ...)
- ۲ - چرا نمودار  $i_{\max}$  برحسب  $\nu$  را به صورت میله‌ای رسم می‌کنیم و نه به صورت یک منحنی پیوسته؟
- ۳ - پتانسیل ترمزی چه ارتباطی با طول موج نور فرودی دارد؟ توضیح دهید.
- ۴ - چرا در آزمایش اثر فوتوالکتریک، از سطح فلز تنها الکترون گسیل می‌شود و یون مثبت گسیل نمی‌شود؟







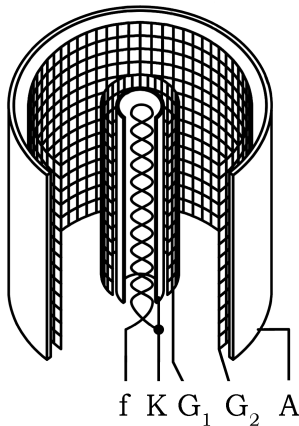
Franck

Hertz

## آزمایش فرانک - هرتز

### زمینه نظری آزمایش

در سال ۱۹۱۳ طیف هیدروژن توسط بوهر بر اساس یک اصل موضوع غیر کلاسیکی تفسیر شد. یک سال بعد در یک آزمایش تاریخی، فرانک و هرتز<sup>۱</sup> توانستند مدل بوهر را از طریق برانگیختگی پرش‌های کوانتومی در اتم‌های جیوه به طور قانع کننده‌ای تأیید کنند. این پرش‌ها از برخورد ناکشسان الکترون‌ها با اتم‌های جیوه ایجاد شدند. در یک لامپ حاوی بخار جیوه، الکترون‌ها (به شرط آنکه در یک اختلاف پتانسیل بزرگتر از ۹.۴ ولت شتاب گرفته باشند) می‌توانند به اندازه کافی انرژی جنبشی کسب کرده باشند که در برخورد ناکشسان با اتم‌ها، به اتم‌ها انرژی منتقل کرده و آنها را به اولین حالت برانگیخته‌ی خود ببرند.



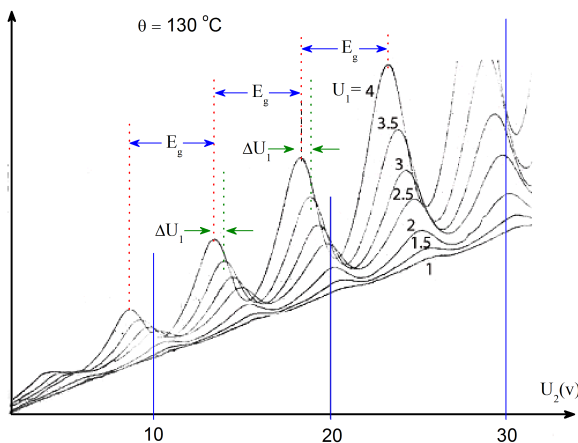
شکل ۱

لامپ فرانک - هرتز (شکل ۱) به طول ۹۵ میلی‌متر و قطر ۲۸ میلی‌متر یک لامپ خالی از هواست که حاوی کمی جیوه فلزی (تقریباً ۵ گرم) می‌باشد. آن را در داخل کوره الکتریکی تا دمای معینی (معمولاً بین ۱۲۰°C تا ۱۷۰°C) گرم می‌کنند تا جیوه به صورت بخار (با فشار حدود ۲۵ mbar) درآید. این لامپ دارای چهار الکترود است:

- ◇ آند  $A$
- ◇ کاتد غیر مستقیم  $K$
- ◇ شبکه‌ی فضای بار  $G_1$
- ◇ شبکه‌ی شتاب‌دهنده‌ی  $G_2$

ولتاژ کنترل  $U_1$  بین کاتد و  $G_1$  (بین ۰ تا ۴ ولت مستقیم) جریان الکترون‌هایی را که از فضای بار اطراف کاتد خارج شده و وارد فضای شتاب‌دهنده‌ی بین  $G_1$  و  $G_2$  می‌شوند منظم می‌کند.

با افزایش ولتاژ شتاب‌دهنده‌ی  $U_2$  بین  $G_1$  و  $G_2$  (بین ۰ تا ۴۰ ولت مستقیم) تعداد بیشتری از الکترون‌ها، پس از تعداد زیادی برخوردهای کشسان با اتم‌های جیوه، انرژی جنبشی کافی جهت رسیدن به آند را پیدا کرده و علیرغم پتانسیل منفی کمی که بین  $G_2$  و آند برقرار است جریان آند  $I_A$  افزایش می‌یابد. وقتی انرژی جنبشی الکترون‌ها به ۴/۹ الکترون ولت برسد، برخورد بین الکترون‌ها و اتم‌های جیوه دیگر کشسان نبوده و الکترون تمام انرژی جنبشی خود را به اتم می‌دهد و آن را به اولین حالت برانگیخته می‌برد.

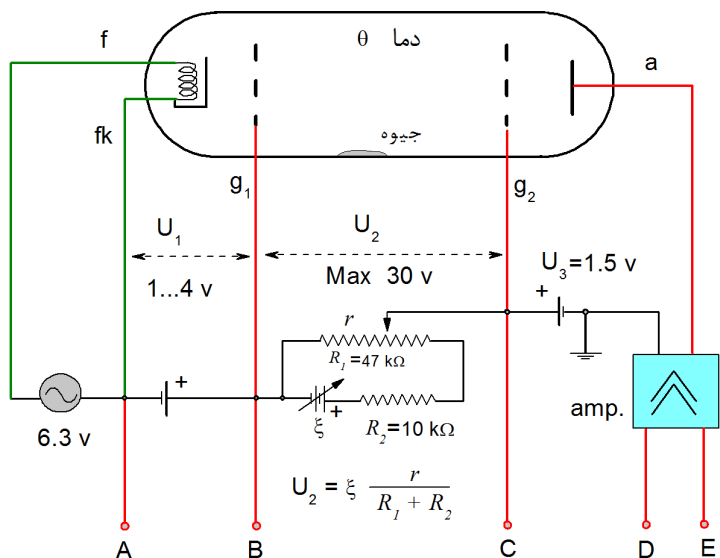


شکل ۲

در اثر این برخورد ناکشسان، حرکت الکترون‌ها کند شده و جریان آند کاهش می‌یابد و در نتیجه یک کمینه در منحنی جریان مشاهده خواهد شد. با افزایش بیشتر پتانسیل شتاب‌دهنده، فرایند بالا تکرار شده و هر دفعه که ولتاژ  $U_2$  به مضربی از ۴/۹ ولت می‌رسد یک کمینه دیگر مشاهده می‌شود (شکل ۲). (چرا؟)

<sup>1</sup> James Franck - Gustav Hertz - Nobel Prize laureate - 1925

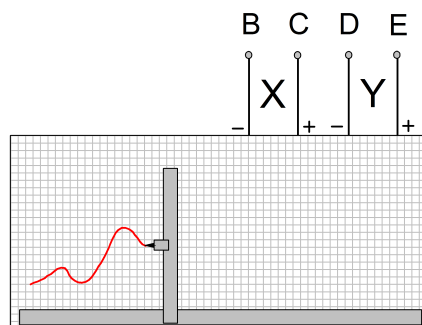
## روشن کار



شکل ۳

۱. مدار شکل ۳ را بدون آنکه اتصالات لامپ فرانک - هرتر به آن وصل باشد، ببندید. برای اندازه‌گیری  $U_1$  ولت سنجی بین نقاط A و B و برای اندازه‌گیری  $U_2$  ولت سنجی بین نقاط B و C ببندید. برای تنظیم ولتاژ منبع  $\xi$ ، پتانسیومتر  $47\text{ k}\Omega$  را در جهت حرکت عقربه‌های ساعت تا انتها بچرخانید تا بیشترین اختلاف پتانسیل بین  $g_1$  و  $g_2$  بتواند ایجاد شود. با تغییر ولتاژ منبع  $\xi$ ، ولتاژ  $U_2$  را

حدود  $30\text{ V}$  تنظیم کنید و سپس پتانسیومتر را صفر کرده و منبع تغذیه‌ها را خاموش کنید. در صورت وجود XY\_Plotter در آزمایشگاه، ورودی X آن را به نقاط B و C و ورودی Y آن را به نقاط D و E ببندید.



XY-Recorder

شکل ۴

- به کمک XY\_Plotter می‌توان نمودار  $i$  برحسب  $U_2$  را مستقیماً بر روی کاغذ رسم کرد. ولتاژ الکترواستاتیک مربوط به نگهدارنده کاغذ را خاموش و قلم پلاتر را بالا نگه دارید. مقیاس افقی دستگاه را طوری تنظیم کنید که بیشترین جابه‌جایی افقی آن در بیشترین مقدار  $U_2$  رخ دهد. روش انجام آزمایش بر مبنای دسترسی به پلاتر توضیح داده خواهد شد. در غیر این صورت، باید از آومتر برای خواندن مقادیر  $i$  استفاده کنید و مقادیر اندازه‌گیری شده در جدولی مانند جدول انتهای دستور کار این آزمایش ثبت کنید.

۲. لامپ را به سرپیچش وصل کرده و در داخل کوره الکتریکی قرار دهید و سپس کوره را روشن کنید. منبع تغذیه کوره را در پنج دقیقه اول روی  $220\text{ V a.c.}$  و سپس به مدت ده دقیقه روی  $90\text{ V a.c.}$  قرار دهید.

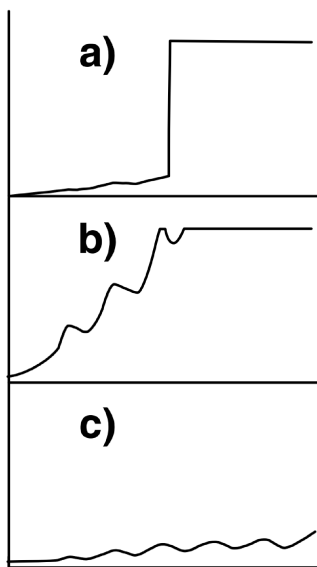
۳. هنگامی که دمای کوره حدود  $120$  درجه سانتیگراد شد، اتصالات لامپ را وصل کنید. منبع تغذیه  $6/3$  ولت متناوب را به فیلامان وصل کنید و آن را روشن کنید. ولتاژ  $U_1$  را نیز برابر  $1$  ولت اختیار کنید.

۴. پس از گذشت یک دقیقه، ولتاژ  $U_2$  را به کمک پتانسیومتر  $47$  کیلو اهمی به آهستگی افزایش دهید.

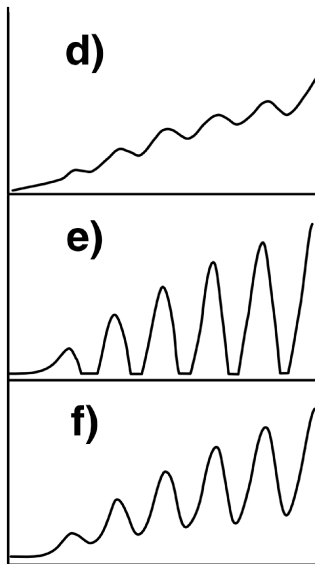
- اگر در اثر افزایش  $U_2$  جریان به سرعت افزایش یافت (تخلیه گاز در نتیجه سرد بودن لامپ، شکل ۵a-) فوراً  $U_2$  را صفر کنید. ولتاژ کوره را  $5\text{ V}$  افزایش دهید و پس از  $5$  دقیقه بند (۴) را تکرار کنید.

- اگر تغییرات جریان به شکل پلکانی بود و قبل از  $30$  ولت به اشباع رسید (شکل ۵b-)،  $U_1$  و ضریب تقویت کننده را کاهش دهید.

- اگر در اثر افزایش  $U_2$  جریان به کندی افزایش یابد (شکل ۵c-)،  $U_1$  را کمی افزایش دهید (حداکثر تا  $4$  ولت) تا شکل f-۵ به دست آید.



شکل ۵



شکل ۵- ادامه

• اگر با وجود افزایش  $U_1$ ، جریان به کندی افزایش یابد (شکل ۵، c) - لامپ خیلی داغ شده است. در این وضعیت، ولتاژ کوره را  $10\text{ V}$  کاهش داده و اجازه دهید کوره به مدت ده دقیقه خنک شود.

• اگر فاصله بین کمینه‌ها و بیشینه‌ها کم بود (شکل ۵، d) - یا کمینه‌ها بریده شدند (شکل ۵، e) - می‌توان با تنظیم ولتاژ بازدادنده و  $U_1$  وضعیت مطلوب شکل f-۵ را به دست آورد.

۵. بند (۴) را در صورت لزوم چندین بار تکرار کنید تا وقتی که با افزایش آرام  $U_2$  جریان آند نیز به آرامی و مانند (شکل ۵، f) - تغییر کند.

۶. یک کاغذ میلی متری را بر روی پلاتر گذاشته و تنظیم کنید. دکمه hold را روشن کنید تا کاغذ به صفحه پلاتر بچسبد و جدا نشود.

۷. قلم پلاتر را روی کاغذ قرار دهید و با افزایش یکنواخت  $U_2$  از صفر تا  $30$ ، ولت، نمودار  $i$  بر حسب  $U_2$  را رسم کنید.

۸. به ازای مقادیر  $v = (0, 10, 20, 30)$ ،  $U_2$ ، بر روی نمودار رسم شده علامت‌هایی بگذارید تا بتوانید به کمک آنها محور افقی را مقیاس بندی کنید. در انتها با خاموش کردن ولتاژ الکترواستاتیک پلاتر، کاغذ را آزاد کرده و از پلاتر جدا کنید. دما را خوانده و بر روی کاغذ یادداشت کنید. در کنار هر منحنی متناظر با مقادیر متفاوت  $U_1$  مقادیر  $U_1$  را یادداشت کنید. این منحنی را منحنی A می‌نامیم.

۹. با تکرار مراحل ۶ تا ۸، آزمایش را برای ولتاژهای  $v = (4 و 3 و 2)$   $U_1$  تکرار کنید. (منحنی‌های B و C و D)

۱۰. پس از اتمام آزمایش، ابتدا ولتاژ متناوب فیلامان و سپس بقیه دستگاه‌ها را خاموش کنید و پس از آن که کوره سرد شد، لامپ را با احتیاط از آن خارج کنید.

۱۱. به کمک نمودارهای رسم شده، به ازای مقادیر مختلف  $U_1$ ، محل بیشینه‌ها (قله‌ها) و کمینه‌ها (دره‌ها) را مشخص کنید و در جدول ۱ و ۲ بنویسید. (در صورتی که نمودار بر روی کاغذ سفید A۴ رسم شده است آن را بر روی کاغذ میلیمتری منتقل کنید و سعی کنید نوفه‌ها و لرزش‌های نمودار را اصلاح کنید)

جدول ۱

محل قله‌ها		$X_1$ (v)	$X_2$ (v)	$X_3$ (v)	$X_4$ (v)	$X_5$ (v)
A	$U_1 = \dots$ (v)					
B	$U_1 = \dots$ (v)					
C	$U_1 = \dots$ (v)					
D	$U_1 = \dots$ (v)					

جدول ۲

محل کمینه‌ها		$Z_1$ (v)	$Z_2$ (v)	$Z_3$ (v)	$Z_4$ (v)	$Z_5$ (v)
A	$U_1 = \dots$ (v)					
B	$U_1 = \dots$ (v)					
C	$U_1 = \dots$ (v)					
D	$U_1 = \dots$ (v)					

۱۲. به ازای هر  $U_1$  ثابتی، فاصله بین بیشینه‌ها را اندازه بگیرید. فاصله‌ی متوسط بین قله‌ها چند ولت است؟

جدول ۳

قله‌ها	$ X_2 - X_1 $ (v)	$ X_3 - X_2 $ (v)	$ X_4 - X_3 $ (v)	$ X_5 - X_4 $ (v)	$\overline{\Delta X}$ (v)
منحنی A					
منحنی B					
منحنی C					
منحنی D					

۱۳. به ازای هر  $U_1$  ثابتی، فاصله بین کمینه‌ها را اندازه بگیرید. فاصله‌ی متوسط بین کمینه‌ها چند ولت است؟

جدول ۴

کمینه‌ها	$ Z_2 - Z_1 $ (v)	$ Z_3 - Z_2 $ (v)	$ Z_4 - Z_3 $ (v)	$ Z_5 - Z_4 $ (v)	$\overline{\Delta Z}$ (v)
منحنی A					
منحنی B					
منحنی C					
منحنی D					

۱۴. مشاهده می‌کنید که با افزایش  $U_1$ ، قله‌ها به سمت چپ جابه‌جا می‌شوند. مقدار این جابه‌جایی‌ها را نیز اندازه بگیرید. چه

ارتباطی بین این جابه‌جایی‌ها و تغییرات  $U_1$  مشاهده می‌کنید؟

جدول ۵

قله‌ها	$\Delta X_1$ (v)	$\Delta X_2$ (v)	$\Delta X_3$ (v)	$\Delta X_4$ (v)	$\Delta X_5$ (v)	$\overline{\Delta X}$ (v)
بین A و B						
بین B و C						
بین C و D						

۱۵. به کمک جدول‌های ۳ و ۴ اختلاف انرژی تراز زمینه و اولین تراز برانگیختگی اتم جیوه و خطای آن را محاسبه کنید.

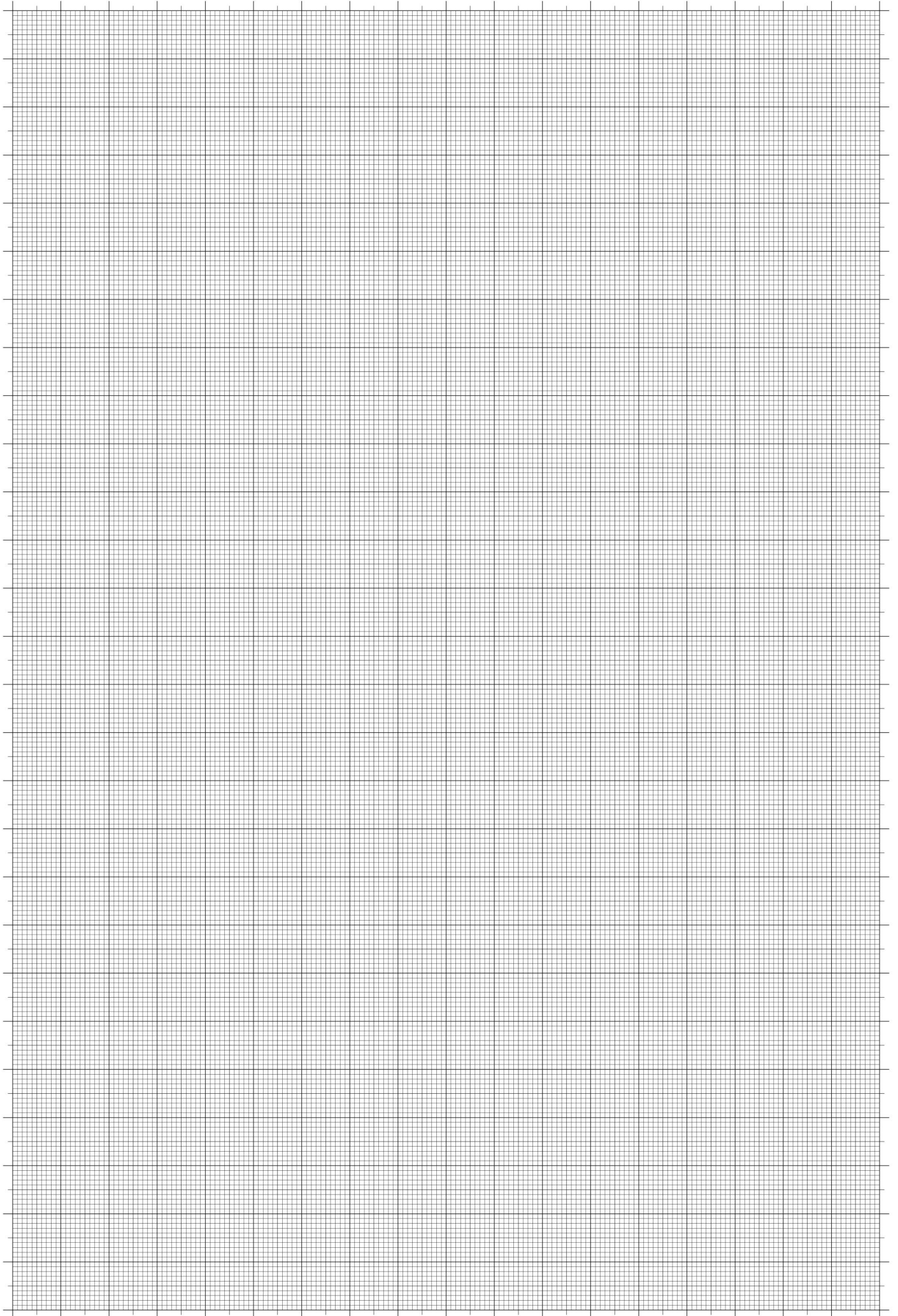
(در صورت در دسترس نبودن  $XY$  Plotter، با کمک ولت سنجی که بین نقاط D و E بسته می‌شود، جریان آند را برای مقادیر مختلف  $U_2$  اندازه بگیرید و در جدولی مانند (۱) ثبت کنید. ردیف‌های جدول را تا ۳۰ ولت کامل کنید. سپس به کمک نقاط اندازه‌گیری شده، سعی کنید نمودارهای  $i$  بر حسب  $U_2$  را رسم کنید و سپس مراحل ۱۱ تا ۱۵ را انجام دهید.)

جدول ۶

	$U_1 = 1$ (v)	$U_1 = 2$ (v)	$U_1 = 3$ (v)	$U_1 = 4$ (v)
$U_2$ (v)	$I$ (mA)	$I$ (mA)	$I$ (mA)	$I$ (mA)
۱				
۲				
۳				
⋮				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮				
۲۹				
۳۰				

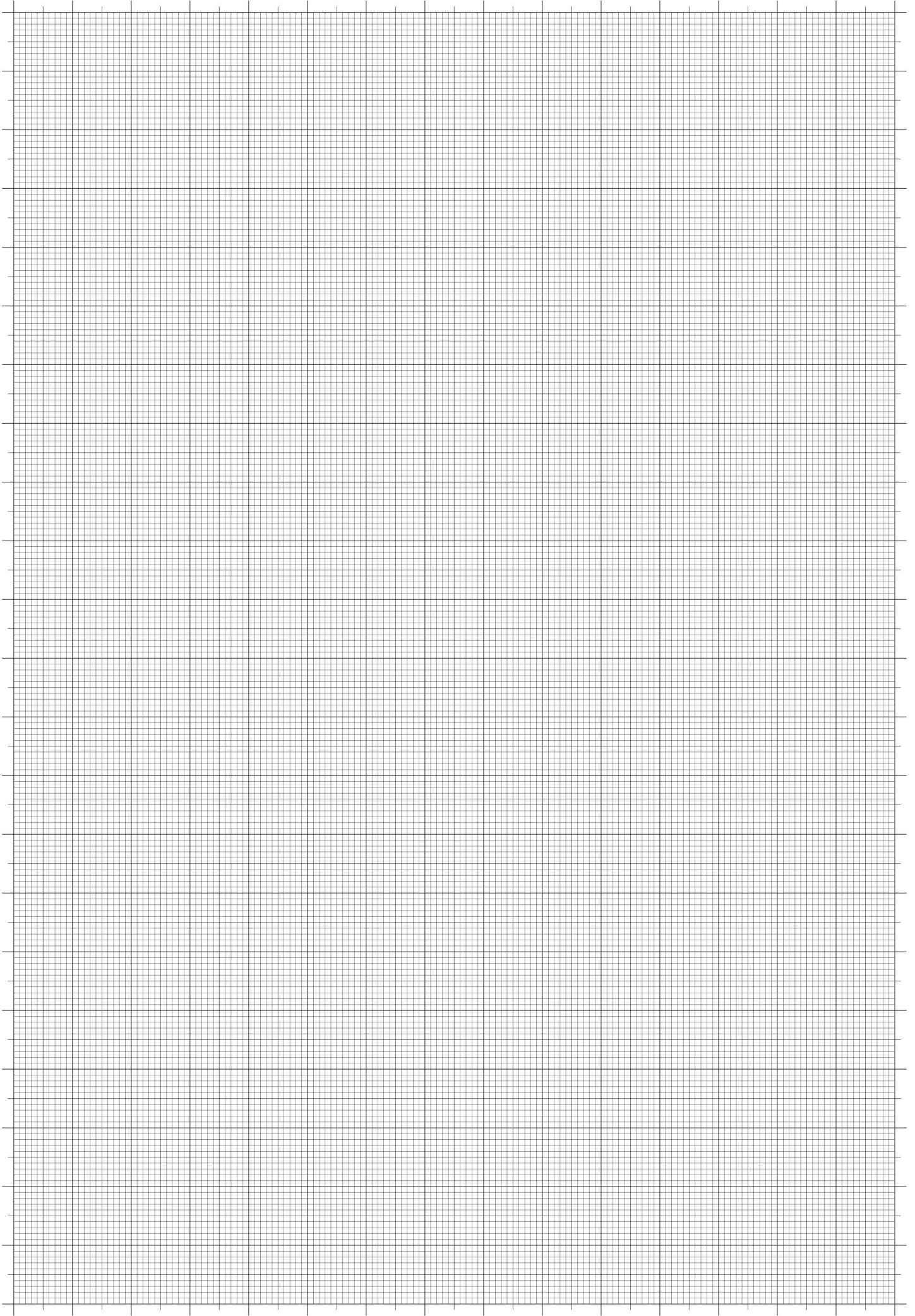
نمودار مربوط به آزمایش : .....

..... بر حسب .....



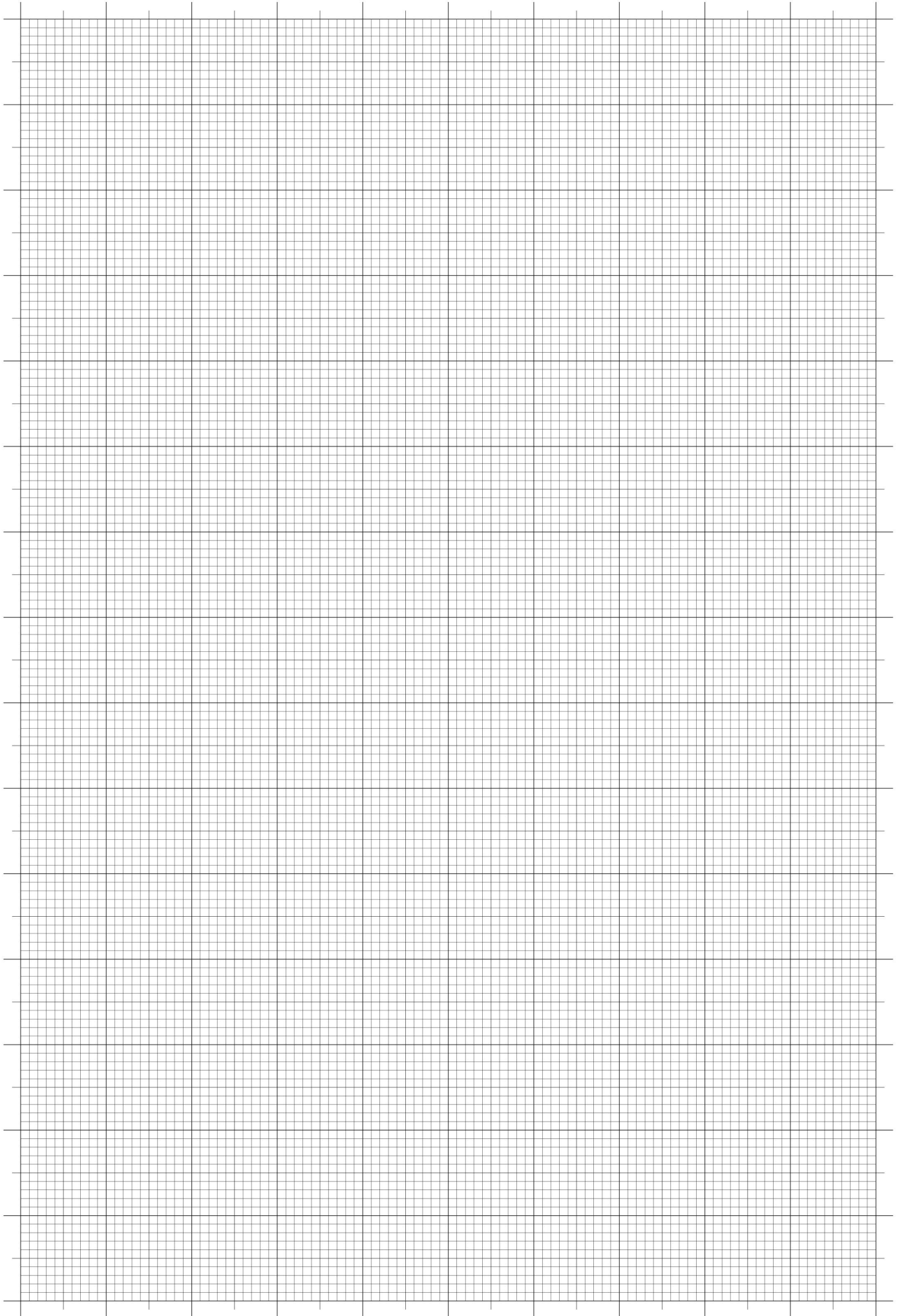
نمودار مربوط به آزمایش . . . . . :

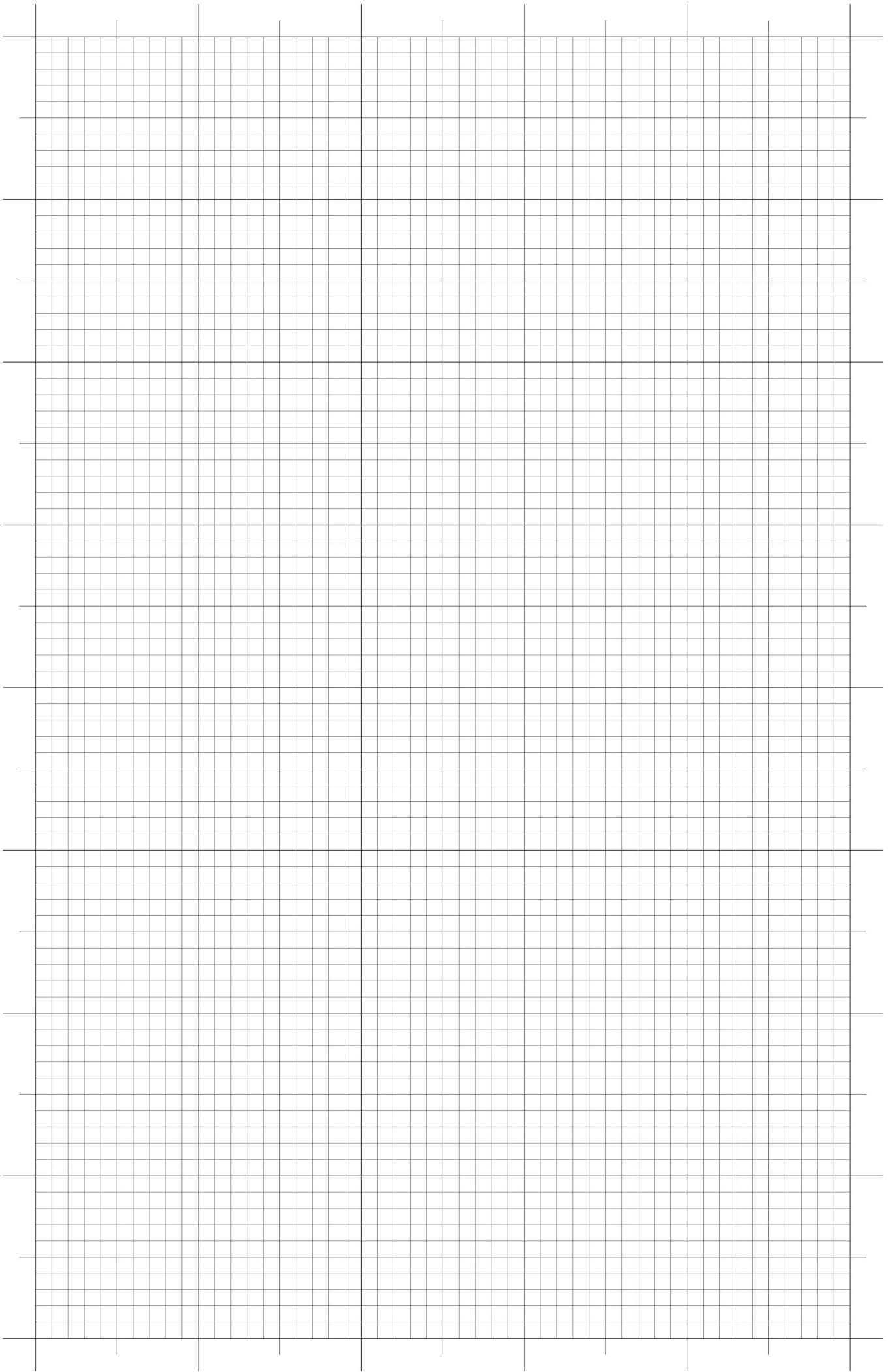
. . . . . بر حسب . . . . .



نمودار مربوط به آزمایش . . . . . :

. . . . . بر حسب . . . . .







---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---